

Jerzy KORNOWSKI, Joanna KURZEJA

Główny Instytut Górnictwa, Katowice

Ocena błędu warunkowej prognozy a_{max} określonej na podstawie relacji tłumienia

Streszczenie

Praca ta stanowi przegląd zagadnień związanych z niepewnością prognozy tak zwanych maksymalnych przyspieszeń od wstrząsów górniczych w obszarze objętym wpływami eksploatacji. Analizowana jest długa lista czynników składających się na niepewność (błąd) prognozy, w tym elementarne wyprowadzenie (znanej) relacji tłumienia gdzie łatwo widoczne są liczne upraszczające założenia i idealizacje. Na przykładzie obszernego zbioru obserwacji ze stanowiska „Miechowice” porównujemy trzy warianty relacji tłumienia i trzy miary dokładności prognozy. Badany zbiór obserwacji umożliwia sformułowanie przypuszczenia, że relacje tłumienia mogą być lokalne nie tylko w przestrzeni, ale i w czasie – jeśli dotyczą obszaru poddanego silnym wpływom eksploatacji.

1. Wprowadzenie

W ciągu minionych lat autorzy tej pracy kilkakrotnie zetknęli się z sytuacją, gdy wyniki pomiarów tak zwanych „maksymalnych przyspieszeń” (od wstrząsów górniczych) a_{max} , znacznie – ponad dwukrotnie – przekraczały (wykonane wiele lat wcześniej przez inny zespół) prognozy tych wielkości. Efektem, ku naszemu zdumieniu, za każdym razem był zarzut niewłaściwych pomiarów i nie potrafiły tego zmienić nawet (potwierdzające nasze pomiary) wyniki otrzymane przez (wynajęty specjalnie przez użytkownika) niezależny zespół pomiarowy! Uznając więc, że obok przyczyn pozamerytorycznych, powodem tego były zarówno nieostrożne, optymistyczne prognozy, jak i niezrozumienie przez użytkownika fundamentalnej różnicy między prognozą a pomiarem, **artykuł ten ma w znacznym stopniu charakter dydaktyczny i stara się wyjaśnić zagadnienie niepewności prognozy**. Równocześnie ośmielamy się przypomnieć Czytelnikom artykuł – z naszych „Warsztatów” – S. Lasockiego i innych (2000), w którym sześć lat temu poruszano zbliżone problemy.

Ochrona powierzchni przed skutkami wstrząsów górniczych zaczyna się – lub zaczynać się powinna – na etapie projektowania eksploatacji, kiedy to należy wyprognozować przyszłe jej skutki, w tym wpływ wstrząsów na obiekty leżące na powierzchni.

Pochodzące od wstrząsów górniczych skutki w danym miejscu $(x, y, 0)$, wiąże się zazwyczaj z oczekiwanym w tym miejscu (przyszłym) maksymalnym przyspieszeniem a_{max} drgań gruntu wywołanych (przyszłymi) wstrząsami w rejonie (projektowanej) eksploatacji. Zdaniem wielu, zajmujących się tym zagadnieniem autorów (np. Dubiński, Mutke 1997, 1999; Lasocki i in. 2000), prognoza a_{max} składa się z następujących czterech etapów.

1. Korzystając z planów przyszłej eksploatacji oraz z wiedzy fachowców zajmujących się eksploatacją przedmiotowego obszaru, w przybliżony sposób (bo tylko taki jest możliwy), określić należy centralne punkty (x_i, y_i, z_i) obszarów przyszłego występowania wstrząsów.
2. Korzystając z metod analitycznych i/lub ze statystyk dotychczasowych wstrząsów w danej kopalni (lub w innej o podobnych warunkach) oszacować należy maksymalne energie oczekiwanych wstrząsów.
3. Dla obszaru, który jest przedmiotem analizy i prognozy, określić należy relację tłumienia czyli równanie wiążące a_{max} z możliwymi do estymacji parametrami źródła (zwykle z energią E oraz odległością r) i drogi propagacji fali (zwykle A_x , współczynnik amplifikacji). Gdy dany obszar powierzchni jest już od jakiegoś czasu obserwowany, relacja tłumienia dotyczyć może i powinna tego właśnie obszaru; w innym przypadku musi ona być „importowana” (np. Dubiński, Mutke 2001), podając ogólną, empiryczną zależność dla GZW).
4. Mając relację tłumienia oraz (przypuszczalne) oczekiwane położenia i energie wstrząsów prognozować należy – dla wszystkich „punktów zainteresowania” na powierzchni – oczekiwane wartości a_{max} (najlepiej wraz z ocenami dokładności).

Zauważmy, że KAŻDY z powyższych etapów ma – z konieczności – charakter przybliżony i jest źródłem błędów końcowego wyniku (czyli prognozy a_{max}). Błędy te mogą być źródłem przyszłych nieporozumień, trudności i kosztów – stąd użytkownicy prognoz (np. kopalnie) powinni być rzetelnie informowani o możliwości ich wystąpienia i o ich potencjalnych rozmiarach.

Niektóre zagadnienia związane z oceną tych błędów są przedmiotem naszej pracy.

Nim przejdziemy do następnego rozdziału, celowe jest włączenie tu kilku **komentarzy (K1–K6)**.

K1. Przyszła, prognozowana wartość każdej określonej z wykorzystaniem pomiarów (w szczególności dotyczy to a_{max}) wielkości fizycznej jest zmienną losową (co oznacza że wartość ta nie jest pewna), stąd wynik prognozy ma, z konieczności, charakter probabilistyczny.

Przedmiotem i wynikiem prognozy (np. prognozy a_{max}) są więc, i zawsze muszą być, przyszłe wartości parametrów (np. średnia \bar{a}_{max} i wariancja σ_a^2) rozkładu prognozowanej wielkości.

(Często też prognozowane są, wynikające z tych parametrów, prawdopodobieństwa przekroczenia (np. przez a_{max}) zadanych wartości progowych). Niefortunny zwyczaj informowania tylko o wartościach (średnich – lecz określenie to się pomija, uważając że jak „maksymalne” to nie „średnie”) \bar{a}_{max} , wraz z niefortunną i zachęcającą do nadinterpretacji nazwą „maksymalne przyspieszenie” i z niechęcią do myślenia w kategoriach prawdopodobieństwa – są źródłem nieporozumień i trudności, powinny więc być unikane.

K2. Energia wstrząsów określana jest zwyczajowo na tak zwanej skali inżynierskiej ($E = a \cdot 10^b$). Występująca w relacjach tłumienia logarytmiczna skala energii jest do niej podobna („ b ” jest cechą logarytmu), lecz nie identyczna, bo „ a ” nie jest mantysą: na przykład $27000 \text{ J} = 2,7 \cdot 10^4 \text{ J}$, ale $\log 27000 = 4,43$. Ponadto, o ile nie mamy wątpliwości, co oznacza „ $E = 2000 \pm 50\%$ ”, to określenie „ $\log E = 3,30 \pm 50\%$ ” może być źródłem nieporozumień. By

ominąć takie kłopoty, inżynierowie (i nie tylko oni) ograniczają się – bardzo często! – do ocen typu „ $E = a \cdot 10^b$ z dokładnością do rzędu wielkości”, co oznacza, że $1 \cdot 10^b \leq E < 1 \cdot 10^{b+1}$. Kłopot werbalny pojawia się jednak gdy potrzebna jest ocena dokładniejsza, cóż bowiem oznacza, że „ $E = 5 \cdot 10^b$, z dokładnością do pół rzędu wielkości”? Zapewne to samo, co zdanie mówiące, że „z dokładnością do rzędu wielkości”! Zdania te w sposób nieuzasadniony i niejawni sugerują rozkład jednostajny zmiennej E w pewnym przedziale, a kłopot merytoryczny pojawia się wówczas gdy po wstępnej prognozie (wykonanej w etapie drugim wyżej opisanej prognozy a_{max}) (np.) „ $E = 5 \cdot 10^6$ z dokładnością do rzędu wielkości”, wystąpi wstrząs o energii nie mieszczącej się w tym przedziale (np.) $E = 5 \cdot 10^7$ J – bo przecież przedział $1 \cdot 10^6 \leq E \leq 1 \cdot 10^7$ ma ściśle określone granice!

Ocena probabilistyczna (w drugim etapie prognozy a_{max}) określająca na skali logarytmicznej (np.) wartość średnią i odchylenie standardowe prognozowanej energii (np. $\log E \sim N(6.7, 6.6^2)$ co oznacza rozkład normalny o średniej $5 \cdot 10^6$ J i odchyleniu standardowym $4 \cdot 10^6$ J) jest znacznie mniej narażona na błędy i ich skutki, gdyż nie wyklucza energii dużo większych od średniej (komplikuje jednak zagadnienie przedziałów ufności).

Warto dodać, że normalny rozkład logarytmu energii oznacza, iż energia ta przed logarytmowaniem ma rozkład logarytmiczno-normalny, a to rozsądna aproksymacja rozkładu rzeczywistego.

K3. Gdy prognozy a_{max} dotyczą poszczególnych – „ważnych” (np. szkoła) – obiektów punktowych, to prognozy te łatwo wyposażyć można w przedziały ufności lub inne informacje o rozkładzie prawdopodobieństwa a_{max} . Jeżeli jednak prognoza ma charakter zbiorczy dotycząc większego obszaru, to z reguły przedstawia się ją w formie izolinii a_{max} , nałożonych na mapę (powierzchni) tego obszaru, pomijając wszelkie inne informacje. Tymczasem **jest to prezentacja niewystarczająca i wprowadzająca w błąd**. Jak zwracali już uwagę Lasocki i inni (2000) i co powinno być ogólnie znane

tak zwane „maksymalne przyspieszenie”, czyli najbardziej prawdopodobna wartość a_{max} , otrzymywana wprost z relacji tłumienia, to wartość (\bar{a}_{max}), która – mimo swej nazwy – w przypadku silnych wstrząsów z prawdopodobieństwem 50% będzie przekroczone!

Wynika stąd, że wykresom izolinii a_{max} zawsze towarzyszyć powinny – albo dla wybranych obiektów albo w regularnie rozmieszczonych punktach wykresu izolinii – przedziały ufności (np. 90% i 95%) umożliwiające określenie wartości a_{max} , które (z zadaniem prawdopodobieństwem) nie będą przekraczane. Ponadto, ponieważ użytkownicy skłonni są (a jest to dla nich wygodne) nazwę a_{max} , „maksymalne przyspieszenie”, traktować dosłownie, prognozom a_{max} towarzyszyć powinno jasne i jednoznaczne stwierdzenie, że a_{max} jest zmienną losową i żaden przedział nie może dać 100% „gwarancji”.

K4. Jak wskazują Lasocki i inni (2000), „import” relacji tłumienia wspomniany w etapie trzecim procedury prognozy a_{max} , a także stosowanie relacji uśrednionych dla obszaru znacznie większego (np. GZW) do prognoz na małym, szczególnym obszarze (np. miasta Bytom), może być przyczyną znacznych, niemożliwych lub bardzo trudnych do określenia, błędów prognozy. Wydawać by się mogło, że najprościej jest zawczasu o tym pomyśleć i podjąć obserwacje. Niestety, dopóki (na danym obszarze) nie ma wstrząsów, niewiele da się zbadać! Oznacza to,

że w praktyce często z konieczności stosowane być muszą relacje importowane – naukowcy muszą więc badać wpływ niedokładnych równań na błędy prognozy, a użytkownicy muszą zaakceptować – co najmniej na wczesnym etapie, znacznie większą (niż w przypadku gdy dysponujemy lokalnymi równaniami) niepewność tych prognoz. Podkreślić więc trzeba, że

najlepszym (co najmniej w tej sytuacji) **rozwiązaniem problemu prognozy wpływów wstrząsów na powierzchnię jest sekwencyjna** (realizowana w miarę gromadzenia lokalnych obserwacji) **aktualizacja relacji tłumienia i wynikających z nich prognoz;**

mimo, że użytkownik wolałby mieć „dobrą prognozę i problem z głowy”, pogodzić się trzeba z faktem, że prognoza a_{max} nie jest „jednorazową operacją”, lecz procesem w którym jakość wyników można poprawić stopniowo.

Jak pisze Chatfield (2000, str. 7): „one should always be prepared to modify forecasts in the light of any additional information...” Obrona przestarzałych prognoz – tylko dlatego, że są one wygodne – jest niebezpieczna dla samego użytkownika.

K5. Ograniczenie do 10 Hz. Wielu autorów zajmujących się zadaniem prognozy a_{max} uważa, że konieczne jest ograniczenie pasma sygnałów do 10 Hz i przytaczane są poważne argumenty uzasadniające ten pogląd. Nie są nam jednak znane żadne badania określające wpływ takiej filtracji na prognozę przyszłych wartości a_{max} . Wpływ ten wydaje się możliwy do analizy, gdy poprawna jest (a nie – gdy postulowana jest tylko) liniowa relacja tłumienia, lecz staje się trudny do analizy gdy rzeczywiste zależności nie są liniowe. Uważamy więc, że – co najmniej do czasu uzyskania innych wyników – do prognozy a_{max} stosować należy wartości (a_{max}) otrzymane z oryginalnych niefiltrowanych sejsmogramów.

K6. Nierozwiązanym problemem pozostaje estymacja głębokości ognisk wstrząsów. W literaturze (np. Lasocki i in. 2000; Joyner, Boore 1981) znaleźć można sposoby postępowania w tej sytuacji, lecz ich wpływ na błędy prognozy nie jest oczywisty. Zagadnienia tego nie poruszamy dalej i **posługujemy się wyłącznie odległością epicentralną.**

2. Elementarne wyprowadzenie relacji tłumienia

Relacjami tłumienia nazywane są równania aproksymujące zależność amplitudy lub energii fali od – możliwych do estymacji lub „obserwowalnych” – parametrów źródła tej fali i drogi jej propagacji. Celem tego rozdziału jest pokazanie od ilu założeń, idealizacji i aproksymacji zależy akceptowana w końcu postać relacji tłumienia.

Ponieważ ogólnie uważa się, że stopień zniszczenia obiektu wzrasta – lub, że szczelina w materiale rozwija się – gdy odpowiednia składowa naprężenia (σ) przekracza lokalną wartość krytyczną, to wobec związku naprężenia z siłą (F), prawo Newtona

$$F = m \cdot a \tag{2.1}$$

uzasadnia (bardzo uproszczone) założenie, iż proces niszczenia zależy (wobec niezmiennej masy obiektu) od maksymalnych przyspieszeń (a_{max}) działających na obiekty wskutek drgań wywołanych wstrząsami górnictwymi. Założenie to, choć bardzo uproszczone, jest szeroko akceptowane i uzasadnia zainteresowanie maksymalnymi przyspieszeniami.

Zatem, w zagadnieniach dotyczących ochrony obiektów (np. powierzchniowych), zazwyczaj **interesuje nas zależność maksymalnego przyspieszenia (a_{max})** – traktowanego jako czynnik niszczący – **od** obserwowalnych i w praktyce traktowanych jako dane (bo otrzymuje się je od Kopalnianych Służb Tępań) **wartości energii (E)** wstrząsu (w źródle), **odległości (r) źródło – obiekt**, a także od tak zwanego współczynnika amplifikacji (A^*), który lokalnie określa wzmocnienie amplitudy fali przechodzącej ze związłego podłoża skalnego do nadkładu.

Punktem wyjścia wyprowadzenia może być model jednorodnej i izotropowej przestrzeni trójwymiarowej, w której propaguje – od źródła na zewnątrz – fala kulista. Gdy nie występuje absorpcja energii przez ośrodek, to dla $r_2 > r_1$, na mocy prawa zachowania energii, obowiązuje

$$4\pi r_1^2 E_1^*(r_1) = 4\pi r_2^2 E_1^*(r_2) \quad (2.2a)$$

$$E_1^* = \int_0^T e_1(t) dt \quad (2.2b)$$

gdzie:

$e_1(t)$ – energia przepływająca w jednostce czasu przez 1 m^2 powierzchni prostopadłej do kierunku propagacji, w ośrodku unormowanym (tzn. takim, że $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$, $V = 1 \text{ m/s}$) co symbolizuje dolny indeks „1”,

$E_1^*(r)$ – strumień energii przez 1 m^2 ,

T – czas trwania wstrząsu w odległości r od źródła.

Z równania (2.2a) wynika, że

$$E_1^*(r_2) = E_1^*(r_1) (r_1/r_2)^2 \quad (2.3)$$

i przyjmuje się powszechnie że w obecności absorpcji

$$E_1^*(r_2) = E_1^*(r_1) (r_1/r_2)^2 e^{-2\alpha(r_2-r_1)} \quad (2.4)$$

gdzie:

$\alpha[\text{m}^{-1}]$ – współczynnik „tłumienia” amplitudy wskutek absorpcji energii falowej przez ośrodek.

Ponieważ, w odległości r_1 od źródła, energia E_1 spełnia

$$E_1 = 4\pi r_1^2 E_1^*(r_1) \quad (2.5)$$

to równanie (2.4) zapisać można w postaci

$$E_1^*(r_2) = (4\pi)^{-1} E_1 r_2^{-2} e^{-2\alpha(r_2-r_1)} \quad (2.6)$$

i dla $r_2 \gg r_1$ otrzymuje się

$$E_1^*(r_2) = (4\pi)^{-1} E_1 r_2^{-2} e^{-2\alpha r_2} \quad (2.7)$$

(gdzie przyjęto zapis r zamiast r_2). Ponieważ w rzeczywistym (nieunormowanym) ośrodku

$$E_1 = E/(\rho V_p) \quad (2.8)$$

to równanie (2.7) zapisać można w postaci

$$\int_0^T e_l(t) dt = (4\pi\rho V_p)^{-1} E r^{-2} e^{-2ar} \quad (2.9)$$

gdzie:

V_p [m/s] – prędkość propagacji fali sejsmicznej,
 ρ [kg/m³] – gęstość ośrodka.

Zwracamy uwagę, że E to energia wstrząsu (energia wyemitowana ze źródła), E^* to strumień energii przez 1 m² powierzchni prostopadłej do kierunku propagacji, natomiast dolny indeks „1” oznacza ośrodek unormowany.

Równanie (2.9) ogólnie i od dawna znane, wiąże strumień (2.2b) gęstości energii z energią E w źródle i z odległością r źródła od obiektu (w ośrodku nieunormowanym). Mnożenie równania (2.9) przez ρV_p powoduje „denormalizację” ośrodka.

Ponieważ, w unormowanym ośrodku (także w otoczeniu czujnika), z definicji (gęstości energii) obowiązuje równanie

$$e_l(t) = V^2(t) \quad (2.10)$$

gdzie $V(t)$ to prędkość drgań cząstki ośrodka uczestniczącej w ruchu falowym (odróżnić należy $V(t)$ i V_p), zatem

$$\int_0^T V^2(t) dt = (4\pi\rho V_p)^{-1} E r^{-2} e^{-2ar} \quad (2.11)$$

Aby otrzymać związek maksymalnego przyspieszenia, a_{max} z parametrami E i r , potrzebny jest model sejsmogramu prędkości $V(t)$ wiążący $V(t)$ z a_{max} . Model ten, z konieczności, jest tylko przybliżony.

Zbadamy więc trzy, coraz bardziej złożone i coraz bardziej realistyczne (choć wciąż przybliżone), modele sejsmogramu prędkości, $V(t)$.

1. Model „sin”

$$V(t) = A \sin \omega t, \quad 0 \leq t \leq T \quad (2.12a)$$

$$V(t) = 0, \quad t < 0 \text{ lub } t > T \quad (2.12b)$$

z (2.12a) wynika, że $a(t) = A\omega \cos \omega t$, zatem

$$a_{max} = A\omega \quad (2.13)$$

Całkując od (0 do T) równanie (2.12a), otrzymuje się

$$E_{1,1}^* \approx a_{max} \frac{AT}{2\omega} \quad (2.14)$$

a podstawiając – na podstawie definicji (2.2b) – równanie (2.14) w miejsce lewej strony równania (2.9)

$$a_{max} \approx \frac{2\omega}{4AT\pi\gamma V_p} Er^{-2} e^{-2ar} \quad (2.15)$$

lub

$$a_{max} \approx C_1 Er^{-2} e^{-2ar} \quad (2.16a)$$

gdzie

$$C_1 = \omega [2AT\pi\rho V_p]^{-1} \quad (2.16b)$$

2. Model „exp”

$$V(t) = Ae^{-\gamma t} \sin \omega t, \quad t \geq 0 \quad (2.17)$$

skąd

$$a(t) = Ae^{-\gamma t} (\omega \cos \omega t - \gamma \sin \omega t) \quad (2.18)$$

$$a_{max} \approx A\omega \quad (2.19)$$

$$E_{1,2}^* = A^2 \int_0^{\infty} e^{-2\gamma t} \sin^2 \omega t dt \quad (2.20)$$

$$E_{1,2}^* = \frac{A^2 \omega^2}{4\gamma(\gamma^2 + \omega^2)} \quad (2.21)$$

Z równań (2.19) i (2.21) otrzymać można

$$E_{1,2}^* \approx a_{max} \frac{A^2 \omega^2}{4\gamma(\gamma^2 + \omega^2)} \quad (2.22)$$

a po podstawieniu (2.22) w miejsce lewej strony równania (2.9)

$$a_{max} = 4\gamma(\gamma^2 + \omega^2) [4\pi\rho V_p A\omega]^{-1} Er^{-2} e^{-2ar} \quad (2.23)$$

co można zapisać w postaci analogicznej do (2.16a,b)

$$a_{max} \approx C_2 Er^{-2} e^{-2ar} \quad (2.24a)$$

gdzie

$$C_2 = \gamma(\gamma^2 + \omega^2) [\pi\rho V_p A\omega]^{-1} \quad (2.24b)$$

3. Model „Berlage”

$$V(t) = Ate^{-\gamma t} \sin \omega t, \quad t \geq 0 \quad (2.25)$$

skąd

$$a(t) = Ae^{-\gamma t} [(1 - \gamma t) \sin \omega t + \omega \cos \omega t] \quad (2.26)$$

i – jeśli częstotliwość ω jest wystarczająco duża (tzn. częstotliwość $\gg 1$ i $\omega \gg \gamma$) – to obwiednia $a(t)$ ma postać

$$\tilde{a}(t) = A\omega t e^{-\gamma t} \quad (2.27)$$

która osiąga maksimum gdy $1 - \gamma t = 0$, gdzie (gdzie e jest podstawą logarytmów naturalnych).

$$a_{max} \approx A\omega \left[\frac{e}{\gamma} \cos \frac{\omega}{\gamma} \right] \quad (2.28)$$

Po dość żmudnych, lecz niezbyt trudnych obliczeniach, otrzymać można

$$E_{1,3}^* = A^2 \left\{ \frac{1}{8\gamma^3} + \frac{\gamma(\gamma^2 - 3\omega^2)}{8(\gamma^2 + \omega^2)^3} \right\} \quad (2.29)$$

i – jeśli konsekwentnie zakładamy, że $\omega \gg \gamma$ – to

$$E_{1,3}^* \approx A^2 (\delta\gamma^3)^{-1} \quad (2.30)$$

$$E_{1,3}^* = a_{max} \frac{A}{8\gamma^2 \omega e \cos \frac{\omega}{\gamma}} \quad (2.31)$$

(przy czym z warunków fizycznych ($E \geq 0$) wynika, że $\cos \frac{\omega}{\gamma} > 0$).

Po podstawieniu (2.31) w miejsce lewej strony (2.9) mamy

$$a_{max} \approx C_3 E r^{-2} e^{-2\alpha r} \quad (2.32a)$$

$$C_3 = (8\gamma^2 \omega e \cos \frac{\omega}{\gamma}) [4\pi\rho V_p A]^{-1} \quad (2.32b)$$

Równania (2.16a,b), (2.24a,b) i (2.32a,b) wskazują, że **dla obszernej klasy modeli sejsmogramu, zależność między maksymalnym przyspieszeniem, a_{max} a energią E oraz odległością r , może być aproksymowana równaniem o postaci:**

$$a_{max} = C E r^{-2} e^{-2\alpha r} \quad (2.33)$$

gdzie stała C zależy od budowy sejsmogramu i być może od innych (niż E i r) czynników.

Jeśli równanie to wyposażymy w indeks („i”) wskazujący w przestrzeni „punkt zainteresowania” (czyli obiekt, np. budynek czy stanowisko pomiarowe), to dla danego wstrząsu

$$a_{maxi} = C_i E_i r_i^{-2} e^{-2\alpha r_i} \quad (2.34)$$

i można uważać, że C_i „obejmuje” także dowolne stałe czynniki multiplikatywnie modyfikujące amplitudę fali docierającej do punktu (stanowiska) „i”, na przykład **lokalne cechy podłoża określone mianem współczynnika amplifikacji**. Zauważmy, że $C_i > 0$ (zawsze), lecz możliwe jest że $C_i < 1$ zatem $\log C_i < 0$. Analizując modele sejsmogramu zakładaliśmy monochromatyczną postać sygnału. Można jednak wykazać, że gdy sejsmogram jest sumą składowych modeli różniących się częstotliwością, to nadal możliwe jest wyprowadzenie – właśnie tylko dla maksymalnego przyspieszenia a_{max} , którego górna granica nie może

przekroczyć sumy amplitud sygnałów składowych – zależności analogicznej do (2.33), a z liniowości operatora całkowania wynika, że to samo wykazać można dla sygnału o widmie ciągłym. **Oznacza to, że postać (2.33) relacji tłumienia jest odporna na niedokładności i przybliżenia w modelu sejsmogramu.**

Równanie (2.34) można obustronnie zlogarytmować, otrzymując

$$\log a_{max,i} = \log C_i + \log E - 2 \log r_i - \frac{2\alpha}{\ln 10} r_i \quad (2.35)$$

Jeżeli dopuścimy możliwość wystąpienia innych – lecz nie związanych z obiektem/stanowiskiem ani z konkretnym wstrząsem – nie objętych dotychczasowymi analizami, czynników multiplikatywnie modyfikujących amplitudę fali sejsmicznej, to równanie (2.35) zapisać można w bardzo ogólnej i bardzo użytecznej postaci

$$\log a_{max,i} = \beta_{1,i} + \beta_2 \log E - \beta_3 \log r_i - \beta_4 r_i + \gamma_i \quad (2.36)$$

gdzie:

indeks „i” wskazuje stanowisko pomiarowe lub obiekt,

$\beta_i > 0$ dla $i = 2, 3, 4$ (nie wyklucza się $\beta_{1,i} < 0$), $\beta_3 \leq 2$,

γ_i to losowy, multiplikatywny przed logarytmowaniem, błąd modelu (błąd modelu – czyli prawej strony równania (2.34) – a nie pomiaru).

Taka forma zapisu **relacji tłumienia** – bo tak właśnie zwane jest równanie (2.36) – ułatwia zastosowanie metody regresji (tu: nieliniowej) do estymacji współczynników β w przypadku rejestracji K wstrząsów; dla każdego (i -tego) stanowiska pomiarowego możemy wówczas ułożyć K równań

$$\log a_{max,i}(k) = \beta_{1,i} + \beta_2 \log E(k) - \beta_3 \log r_i(k) - \beta_4 r_i(k) + \gamma_i(k) \quad (2.37)$$

gdzie:

$k = 1, \dots, K$ oznacza numer wstrząsu i możemy rozwiązać tak otrzymany układ równań względem niewiadomych $\beta_{1,i}, \beta_2, \beta_3, \beta_4$.

Równanie (2.37) przedstawia ogólną, często w literaturze spotykaną (np. Joyner, Boore 1981; Lasocki i in. 2000; Markowski i in. 2002), postać relacji tłumienia.

Zauważyć należy, że jeśli – na przykład – stanowisko $i=1$ zarejestrowało 100 wstrząsów, stanowisko $i=2$ – 200 wstrząsów oraz stanowisko $i=3$ – 150 wstrząsów, to otrzymuje się 450 równań i 6 niewiadomych ($\beta_{1,1}, \beta_{1,2}, \beta_{1,3}, \beta_2, \beta_3, \beta_4$).

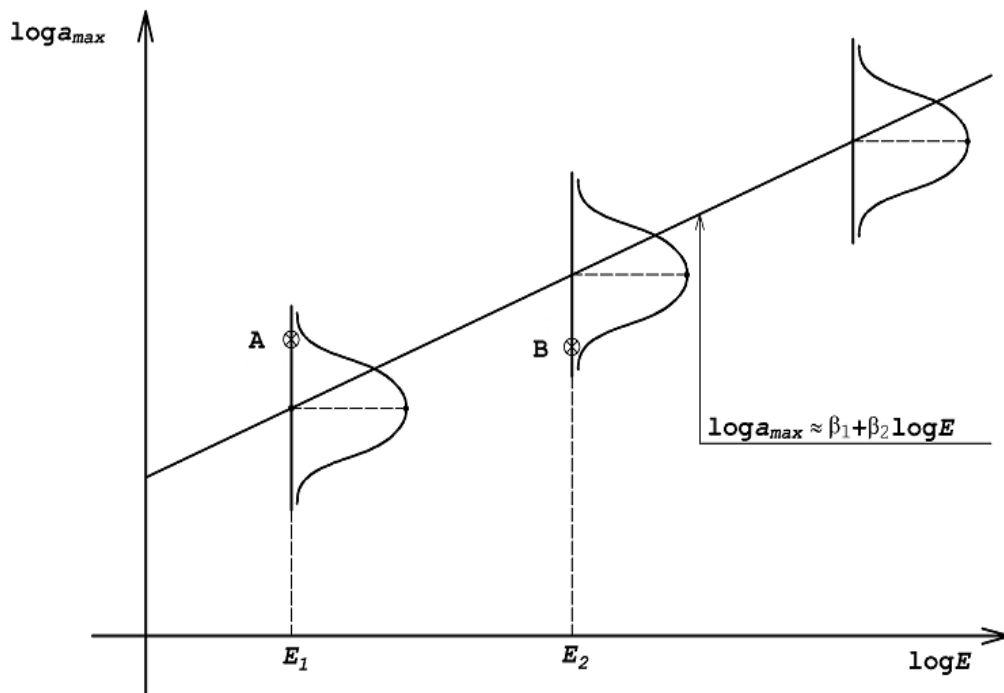
Na krótki komentarz zasługuje jeszcze interpretacja błędu γ_i w równaniach (2.36), (2.37). W zagadnieniach dotyczących pomiarów, w szczególności pomiarów dokonywanych aparaturą elektroniczną (w tym mierniki drgań, akcelerometry itp.), przyjmuje się niemal zawsze, że błąd pomiaru jest addytywny (i normalny w środkowej części zakresu pomiarowego aparatury). Wprowadzenie takiego addytywnego błędu do równania (2.34) wykluczyłoby użyteczne logarytmowanie tego równania i utrudniałoby rozwiązanie. Na szczęście, w rzeczywistym zagadnieniu obserwacji wstrząsów, błędy pomiarów a_{max} są znikomo małe w porównaniu z błędami oceny energii wstrząsu E i (wynikającymi z lokalizacji źródeł) błędami oceny odległości r – na co zwrócili już uwagę Markowski i inni (2002, str. 28).

Addytywny błąd pomiaru a_{max} można zatem pominać, lecz nie należy pomijać (multiplikatywnie modyfikujących równanie (2.34)) błędów modelu, na przykład wynikających z niewłaściwie przyjętej wartości (α) współczynnika absorpcji energii falowej w ośrodku, a także z przyjęcia niedokładnych wartości ρ oraz V_p (zawartych w $\beta_{1,i}$) i niedokładnego modelu sejsmogramu (warto pamiętać, że gdy błąd danej wielkości wyrażony jest w dB to jest to błąd multiplikatywny; dotyczy to także błędów „procentowych” i błędów ocen „z dokładnością do rzędu wielkości”).

Na rys. 2.1 pokazano – aby zilustrować rzeczywisty sens relacji tłumienia – zależność $\log a_{max}$ od $\log E$ (pomijając, by nie komplikować rysunku, zależność od odległości r). Należy zauważyć, że:

Relacja tłumienia wiąże wartość średnią $\log a_{max}$ ze zmienną objaśniającą $\log E$, a rzeczywista („zrealizowana”) wartość $\log a_{max}(E_i)$ jest, z odpowiednim prawdopodobieństwem, liczbą wylosowaną z rozkładu o wartości średniej $\log a_{max}(E_i)$.

Interpretacja ta objaśnia zarówno „nieściśłą zależność” a_{max} od E , jak i możliwość obserwacji $a_{max}(E_1) > a_{max}(E_2)$ mimo, że $E_1 < E_2$ (punkty A i B na rys. 2.1).



Rys. 2.1. Szkic ilustrujący zależność $\log a_{max}$ od $\log E$, gdy odpowiedź ($\log a_{max}$) i parametry (β_1, β_2) relacji tłumienia są zmiennymi losowymi (zależność od odległości r pominięto dla uproszczenia szkicu).

Zauważ, że – z pewnym prawdopodobieństwem – możliwe jest, że

$$\log a_{max}(E_1) > \log a_{max}(E_2) \text{ mimo, że } E_1 < E_2.$$

Fig. 2.1. Dependence of $\log a_{max}$ onto $\log E$, provided the response ($\log a_{max}$) and parameters (β_1, β_2) of attenuation relation are random variables. Note that – with some probability – it is possible that $\log a_{max}(E_1) > \log a_{max}(E_2)$ despite that $E_1 < E_2$.

3. Niepewność prognozy

Rozdział ten stanowi przegląd pojęć i zagadnień dotyczących niepewności i błędów prognozy. Zagadnienie te są łatwe do zrozumienia, lecz prowadzą do kłopotliwych – choć także łatwych do zrozumienia – wniosków (np. że dobra prognoza wymaga dobrych danych i dobrej informacji apriorycznych o fizyce zagadnienia).

Najpierw jednak przytoczyć należy kilka cytatów z prac uznanych autorytetów w dziedzinie prognozy (i regresji). Draper (1995, str. 48), analizując niepewność prognoz, pisze tak: „One may identify three sources of uncertainty (...) **scenario uncertainty** about the inputs to the models (...) **model uncertainty** (...) about how to translate the inputs into forecasts and **predictive uncertainty**, conditional on the scenario and the model”. W przypadku naszej czteroetapowej prognozy a_{max} , „scenario uncertainty” to niepewność lokalizacji i energii przyszłych wstrząsów; „model uncertainty” to niepewność (postaci, formy równania) relacji tłumienia, zarówno w przypadku jej importu jak i estymacji (tylko parametrów!) na danych lokalnych; „dobry” model oznacza po prostu dobrą teorię tłumienia fal, a tymczasem teorie nasze – jak widzieliśmy w rozdz. 2 – są bardzo uproszczone i zależne od wielu założeń. Prognozy a_{max} , których dokumentacje zdarzyło się autorowi widzieć, nawet nie wspominają o istnieniu tych dwu niepewności. Jak wyjaśnia (np.) Diebold (2004, str. 248), niepewność prognozy warunkowej („predictive uncertainty”) – formułowanej zakładając (czyli: pod warunkiem, stąd nazwa) że postać (forma) modelu i przyszłe wartości zmiennych objaśniających są dane dokładnie – wynika z losowego charakteru prognozowanej wielkości (a_{max}) oraz z niepewności parametrów (lecz nie – postaci) relacji tłumienia, które to parametry zawsze pochodzą z estymacji nie są więc „dokładne”.

Zwyczajowa (podręcznikowa!) analiza błędu prognozy wykonywana na podstawie wariacji błędów dopasowania (na zbiorze minionych obserwacji) dotyczy (niemal) zawsze prognozy warunkowej, zatem w praktyce zwykle zaniża błędy **rzeczywistej (czyli wykonywanej poza zbiorem obserwacji) prognozy**. Większość zajmujących się prognozą statystyków (np. Diebold 2004; Chatfield 2000; Armstrong 2001) zgadza się dziś, że parametry rozkładu błędu prognozy (np. wariację), estymować należy **poza zbiorem obserwacji** (na którym estymowano parametry predyktora). Ocenę niepewności prognozy na podstawie informacji spoza zbioru obserwacji Armstrong (2001, str. 234) zalicza do podstawowych zasad prognozowania („principles of extrapolation”). W końcowej części rozdziału opiszemy jak to zrobić w przypadku relacji tłumienia.

Chatfield (1996, str. 496), analizując błędy prognoz (w sytuacji gdy niepewność przyszłych danych, czyli scenariusza, nie jest istotna) pisze: „The standard analysis does not take account of the fact that (1) the model has been selected from the same data used to make the predictions, (2) the model may not be correct ... thus the standard analysis ignores the **effect of model uncertainty, which is (...) the most important source of uncertainty**”. I na następnej stronie wzmacnia to stwierdzenie pisząc: „**errors arising from model uncertainty are likely to be far worse than those arising from other sources (...)**” Dalej Chatfield doradza stosowanie nowoczesnych metod (data resampling, bootstrap, cross-validation) estymacji (typu „Monte Carlo”). Metody te jednak nie zastąpią realnej wiedzy o fizyce zagadnienia.

Draper (1995) opisuje autentyczny przykład poważnej prognozy (cen ropy naftowej) gdzie, jak się okazało po fakcie, 80% błędu prognozy pochodziło od błędu specyfikacji modelu, nie znalazło więc odbicia w przedziałach ufności tej prognozy!

Mc Cullagh (1996, str. 293) pisze tak: „Derivation of prediction intervals when the value of the exogenous variables in the prediction period are known with certainty (i.e. **conditional prediction**) is straightforward ... the forecast error (...) is distributed normally or with Student's t . If the values of the exogenous variables in the forecast period are not known with certainty, e.g. estimates must be used in place of the true values (i.e. **unconditional prediction**) then traditional analytic methods fail (...) the distribution of the forecast error is non-normal.” (Zmienna objaśniana, odpowiedź modelu i zmienna zależna to synonimy; zmienne objaśniające lub wymuszenia zwane też są zmiennymi niezależnymi lub egzogenicznymi).

W innym miejscu tej pracy (Mc Cullagh) doradza stosowanie metody bootstrap w miejsce klasycznych, analitycznych metod określania przedziałów ufności dla prognozy. Zdanie „traditional (...) method fail” dotyczy tego, że

- gdy współczynniki (β_i) modelu (np. relacji tłumienia) są, w skutek estymacji, zmiennymi losowymi o rozkładzie (asymptotycznie) normalnym, a zmienne objaśniające (np. przyszłe wartości E oraz r) są deterministyczne czyli znane dokładnie, to model o postaci (np.) $a = \beta_2 E + \beta_3 r$ też daje wyniki o rozkładzie normalnym i stosowane mogą być klasyczne metody określania przedziałów ufności dla prognozy;
- gdy jednak i współczynniki (β_i) modelu i przyszłe wartości zmiennych objaśniających (np. E , r) są zmiennymi losowymi (o rozkładzie normalnym) to ich iloczyny ($\beta_2 E$ oraz $\beta_3 r$) nie mają już rozkładu normalnego i tradycyjne metody określania przedziałów ufności nie mogą być stosowane.

By nie pozostawić wątpliwości powtórzmy – na podstawie Diebold (2004) – że:

- **prognozę nazywamy warunkową** gdy znane/postulowane jest równanie predyktora (czyli modelu) i gdy znane/postulowane są przyszłe dokładne wartości zmiennych objaśniających; spotykamy też angielskie nazwy: conditional analysis, scenario analysis, contingency analysis oraz „what – if” analysis.
- **prognozę nazywamy bezwarunkową** gdy przyszłe wartości zmiennych objaśniających są wynikiem (semi-) optymalnej estymacji wraz z oceną rozkładu błędów a model jest dobrze uzasadniony.

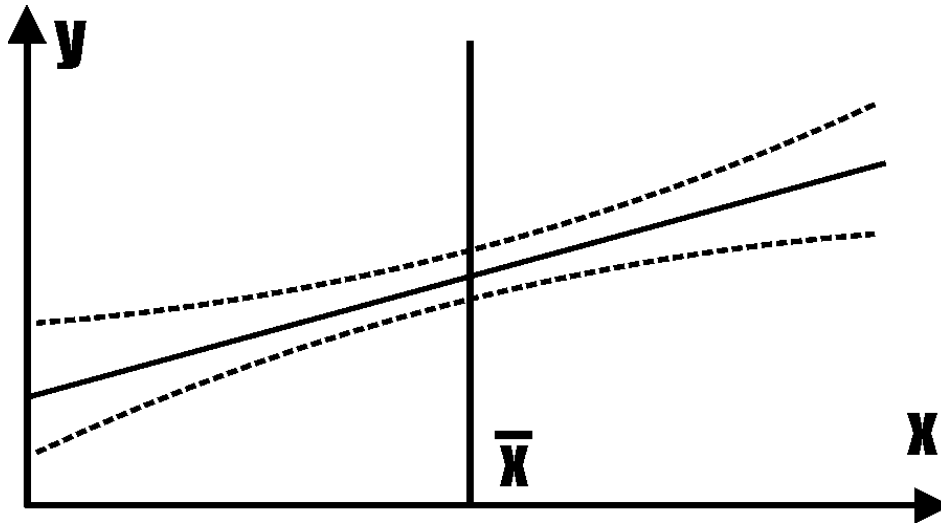
Możliwe są, oczywiście, sytuacje bardziej złożone, gdy niektóre zmienne są znane, a inne – estymowane. Dodać można, że często prognoza warunkowa jest – lub wydaje się – jedyną możliwą i wielu teoretyków uważa, że nie ma prognoz naprawdę bezwarunkowych.

W najprostszych przypadkach klasycznej analizy regresji (tzn. dla modelu $\bar{y} = ax + b$) warunkową (dla postulowanej „dokładnej” wartości $x = x_0$) prognozę przedziałową i przedziały ufności oblicza się (np. Trafer, Smith 1998; patrz także – Lasocki i in. 2000), za pomocą estymatora

$$S(\bar{y}) = S\{1 + N^{-1} + (x_0 - \bar{x})^2 / N \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2\}^{1/2} \quad (3.1)$$

odchylenia standardowego błędów prognozy. Można wykazać (np. Diebold 2004, str. 250), że suma $(1 + N^{-1})$ jest wynikiem niepewności estymowanych parametrów (a , b) modelu, natomiast człon pozostały uwzględnia losową zmienność danych. Typową postać przedziału ufności (dla prognozy warunkowej, gdy $x = x_0$) pokazano na rys. 3.1 (jest to postać znana od dawna). Istotną cechą przedziału ufności jest jego zmienna szerokość – o czym decyduje wyrażenie

$(x_0 - \bar{x})$ w równaniu (3.1) – najmniejsza w środku obszaru obserwacji (wokół średniej \bar{x}) i rosnąca w miarę oddalania się od tego punktu. Jeżeli symetryczne przedziały ufności dotyczą zmiennej przekształconej (np. $\log E$, a nie E), to mogą okazać się niesymetryczne dla zmiennej oryginalnej (np. E).



Rys. 3.1. Typowa postać przedziału ufności dla prognozy $y = ax + b$
 \bar{x} – wartość średnia minionych obserwacji zmiennej x
 Fig. 3.1. Typical shape of prediction $y = ax + b$ confidence interval
 \bar{x} – value of variable x (observations)

Ta zmienna szerokość przedziałów ufności nie stanowi jednak rozwiązania problemu **prognozy poza zbiorem obserwacji**. Formułując prognozę zwykle dysponuje danymi (np. $E_i, r_i, a_{max,i}$) do chwili t_0 i dopasowuje do nich model (np. relację tłumienia), który następnie wykorzystuje – jako predyktor – do ilościowej prognozy (przyszłej) odpowiedzi na (przyszłe) wymuszenia. Zazwyczaj gdy do estymacji parametrów predyktora wykorzystano informację pochodzącą sprzed t_0 , a prognoza dotyczy stanu po chwili t_0 , to **mówimy o prognozie poza zbiorem obserwacji** (ang.: out-of-sample forecast lub ex-ante forecast). Często po określeniu parametrów modelu/predyktora a przed wystąpieniem prognozowanych zdarzeń wykonać należy prognozę i oszacować jej dokładność (ściślej: wariancję błędu prognozy). Rzeczywiście wiarygodną ocenę dostarczą dopiero (przyszłe) zdarzenia których dotyczy prognoza, lecz często sam cel pracy wyklucza czekanie na ten sprawdzian. Często więc „sprawdza się” predyktor na tych samych danych, na których estymowano jego parametry: zwane to bywa „**prognozą w zbiorze obserwacji**” (ang. in-sample forecast), lecz nie jest to prognoza prawdziwa. Pokazane na rys. 3.1 i obliczone zgodnie z równaniem (3.1) przedziały ufności powstały właśnie na podstawie takiej „prognozy” (wszystkich obserwacji) w zbiorze obserwacji, mogą więc okazać się zbyt wąskie w (hipotetycznej) przyszłości. Przykład ten – dobrze ilustrujący podobną sytuację prognozy a_{max} – wskazuje, że **prognoza poza zbiorem obserwacji nie oznacza ekstrapolacji: w przestrzeni zmiennych objaśniających (np. E_i, r_i) może to być interpolacja**.

Zwrot „poza zbiorem obserwacji” oznacza, że do oceny dokładności prognozy użyte są inne dane niż do estymacji parametrów predyktora.

Zatem zmienna szerokość przedziałów ufności (patrz rys. 3.1) nie rozwiązuje problemu błędów poza obszarem obserwacji.

Zagadnienie oceny błędu prognozy poza zbiorem obserwacji znajduje naturalne rozwiązanie w przypadku często występujących, sekwencyjnie prognozowanych (np. w czasie rzeczywistym) zdarzeń – co np. opisuje Kurzeja (2005), prognozując szeregi czasowe zagrożenia sejsmicznego w kopalni.

Dokładnie tą samą taktykę zastosować można do aktualizacji parametrów relacji tłumienia oraz parametrów rozkładu opisującego a_{max} w przypadku długotrwałych obserwacji z sekwencyjnie napływającymi danymi. Nawet jednak w przypadku prognozy przyspieszeń od wstrząsów (i zagadnień zbliżonych) na zadanym (ustalonym – w odróżnieniu od „rosnącego”) zbiorze obserwacji istnieje i znane jest, proste a równocześnie poprawne (dla zbiorów generowanych przez niezmiennicze względem czasu relacje tłumienia) rozwiązanie umożliwiające estymację błędu prognozy poza zbiorem obserwacji.

W sensie ogólnym, metoda postępowania jest prosta i od dawna znana: zbiór obserwacji podzielić należy na zbiór uczący (lub: treningowy) i na zbiór testowy (lub: kontrolny/walidacyjny). Na zbiorze uczącym budowany jest model (estymowane są wartości parametrów modelu) a na zbiorze testowym sprawdzana jest jakość prognozy – co w praktyce oznacza zwykle sprawdzenie czy odpowiednia część prognoz (np. 90%) mieści się w odpowiednim przedziale ufności (np. $y_0 \pm 1,96S_{y_0}$). Metoda ta ma jednak wady: po pierwsze, z punktu widzenia (fragmentarycznego) zadania estymacji parametrów, część danych jest po prostu tracona i estymaty parametrów „nie są tak dobre, jak mogłyby być”, a po drugie podział na zbiór uczący i zbiór testowy jest arbitralny, trudno więc wykazać jakkolwiek optymalność wyników.

Chcąc przezwyciężyć te wady, w latach 70. XX wieku Allen (1974) Stone (1974) i inni zaproponowali i rozpowszechnili, początkowo w zagadnieniu regresji – lecz wkrótce okazało się, że zastosowania są szersze – tak zwaną metodę walidacji wzajemnej (ang: cross-validation) która, w swym podstawowym wariacie polega na tym, by mając N (np. par $y_i, x_i, i = 1, \dots, N$) obserwacji, estymatę modelu powtórzyć N -krotnie, zawsze pomijając jedną (i -tą, $i = 1, \dots, N$) obserwację, dla której liczony jest błąd prognozy (zatem **w zbiorze N obserwacji, każda jest prognozowana na podstawie modelu dopasowanego do pozostałych $N - 1$ obserwacji**). Po wykonaniu całości obliczeń otrzymuje się N błędów prognozy, a każdy błąd powstał (został obliczony) poza zbiorem obserwacji, na którym estymowano parametry predyktora.

Metoda walidacji wzajemnej okazała się łatwo zrozumiała i intuicyjnie przekonująca, toteż szybko zdobyła sobie uznanie. Efron i Tibshirani (1994, str. 243) piszą: „Cross-validation (...) will work even if the models being assessed are far from correct”, a Draper (1995, str. 46), stwierdził że „Good regression texts (...) offer advice on the value of cross validation (...)”; w roku 2000 Burnham i Anderson (2000, str. 242) mogli już pisać: „cross-validation is a well-accepted basis of model selection”. Powtórzyć jednak trzeba, że żadne manipulacje nierzetelnymi danymi nie zastąpią ani danych o dobrej jakości, ani wiedzy o fizyce modelowanych zjawisk (np. tłumienia fal).

4. Przykłady

W rozdziale tym badane i ilustrowane są niektóre opisane poprzednio efekty na podstawie – trwających niemal osiem lat – obserwacji z jednego tylko stanowiska o nazwie „Miechowice”. Zbiór ten liczy 270 wstrząsów, wybieranych stosując kryterium $a_{max} \geq 65 \text{ mm/s}^2$, dla których dysponujemy „trójelementowymi wektorami” [$a_{max}(i)$, $E(i)$, $r(i)$, $i = 1, 270$]. By nie komplikować analiz **posługujemy się wyłącznie niefiltrowanymi wartościami**

$$a_{max} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (4.1)$$

i epicentralnymi odległościami r (źródło – czujnik), przy czym energie i lokalizacje źródeł pochodzą z – niezwykle życzliwie współpracującego z autorami – Działu Tępań Kopalni „Bobrek” Kompania Węglowa S.A.

Wykorzystanie danych z jednego tylko stanowiska umożliwia pominięcie wszystkich problemów związanych z miejscem posadowienia czujników, w tym amplifikacji, gdyż właściwości tego miejsca pozostają niezmiennie w całym okresie obserwacji.

Rozpoczynając analizę oczekiwano należało, że dysponujemy niezwykle jednorodnym zbiorem obserwacji i właściwość tą postanowiono wykorzystać do znalezienia „asymptotycznej” relacji tłumienia dla wstrząsów z kopalni „Bobrek” obserwowanych w rejonie stacji „Miechowice”, oraz do porównania trzech form (trzech postaci równania) relacji tłumienia, mianowicie

$$r_1: \log a_{max} = \beta_1^1 + \beta_2^1 \log E + \beta_3^1 \log r \quad (4.2a)$$

$$r_2: \log a_{max} = \beta_1^2 + \beta_2^2 \log E + \beta_3^2 r \quad (4.2b)$$

$$r_3: \log a_{max} = \beta_1^3 + \beta_2^3 \log E + \beta_3^3 \log r + \beta_4^3 r \quad (4.2c)$$

Wyniki tych badań przedstawione są w tabelach 4.1, 4.2, 4.3 i zasługują one – jak nam się wydaje – na szerszy komentarz.

A. Wykorzystano trzy miary błędu prognozy:

- Wariancję σ_T^2 błędu dopasowania równania do zbioru obserwacji, na którym estymowano parametry tego równania
- Wariancję σ_c^2 błędu z procedury walidacji wzajemnej; procedura ta mając N wstrząsów, N -krotnie powtarza estymację na podzbiorze $N - 1$ wstrząsów (za każdym razem jeden z nich pomijając) i oblicza błąd dla tego wstrząsu, który nie był wykorzystany do estymacji parametrów: w ten sposób błędy „prognozy” liczone są zawsze poza zbiorem obserwacji wykorzystanych do estymacji parametrów równania. Procedurę walidacji wzajemnej zastosowano właśnie dlatego, że ma ona łatwo zrozumiałą interpretację jako estymator błędu prognozy poza zbiorem obserwacji użytych do estymacji parametrów modelu.
- Wariancję σ_{poza}^2 błędu prognozy poza zbiorem obserwacji, wykorzystując do estymacji parametrów wstrząsy o numerach od 1 do N_d (tab. 4.1), lub od N_p do $N_p + N_d - 1$ (tab. 4.2) i obliczając wariancję błędu prognozy na pozostałej (później zaobserwowanej) części liczącego 270 wstrząsów zbioru.

- B.** Do estymacji modeli liniowych (r1 i r2) wykorzystano znaną z dokładności procedurę Hauseholdera a do estymacji parametrów nieliniowego modelu r3 – procedurę Neldera i Meada, zawsze stosując zwiększoną („extended”) precyzję obliczeń. Analizę istotności współczynników (β) pozostawiamy zainteresowanym.
- C.** Pierwsza seria wyników zawarta jest w tabeli 4.1 i można je podsumować tak:
- C1. Wariancja σ_c^2 (błędu prognozy) z procedury walidacji wzajemnej jest systematycznie większa od wariancji σ_T^2 błędu dopasowania, przy czym różnica między nimi maleje ze wzrostem N , liczebności obserwacji. Jest to zgodne z oczekiwaniami na podstawie teorii.
- C2. Wariancja (σ_{poza}^2) błędów rzeczywistej prognozy (poza zbiorem wykorzystanym do estymacji parametrów modelu) jest mniej stabilna (silniej zmienia się w miarę napływu nowych obserwacji) zarówno od wariancji błędów dopasowania, jak i od wariancji z procedury walidacji wzajemnej. Nie potwierdzamy jednak spotykanego w literaturze wniosku, że wariancja σ_c^2 w sposób systematyczny bliższa jest (niż σ_T^2 , wariancja błędów dopasowania) wariancji (σ_{poza}^2) rzeczywistych błędów dopasowania. Zagadnienie wydaje się bardziej złożone i wymaga dalszych badań.
- C3. Wariancja σ_{poza}^2 błędów rzeczywistej prognozy, może być zarówno (znacznie – nawet o 50%) większa, jak i (znacznie – nawet o 50%) mniejsza od wariancji σ_T^2 błędu dopasowania.
- C4. Współczynniki (β) relacji tłumienia – niezależnie od postaci (r1, r2, r3) tej relacji, w naszym eksperymencie zmieniają się, i to bardzo znacznie, w miarę napływu nowych obserwacji, lecz nie stwierdzamy zbieżności do (oczekiwanych) wartości asymptotycznych. Jest to konstatacja – jeśli zostanie potwierdzona – o bardzo poważnych konsekwencjach i wymaga ona dalszych badań, które ją potwierdzą lub obalą.
- C5. Wyniki nasze nie potwierdzają przypuszczeń – ani o istnieniu asymptotycznej wariancji błędu prognozy, ani o istnieniu asymptotycznych wartości współczynników (modelu) relacji tłumienia. **Kwestionujemy więc – do czasu uzyskania nowych wyników – zarówno zasadność importu relacji tłumienia, jak i zasadność długotrwałego (wieloletniego) posługiwania się raz obliczoną relacją tłumienia w obszarze wpływów eksploatacji górniczej.** Uważamy, że najrozsądniej i najuczciwszym sposobem postępowania jest estymacja sekwencyjna, w której predyktor uczy się w miarę napływu nowej informacji.
- C6. Porównanie wyników prognozy (uzyskanych dla tych samych obserwacji) za pomocą trzech (r1, r2, r3) relacji tłumienia prowadzi do wniosku, że relacja liniowa r1

$$\log a_{max} = \beta_1 + \beta_2 \log E + \beta_3 \log r \quad (4.3)$$

zapewnia zwykle (w naszym przykładzie w pięciu przypadkach na 6 badanych) wariancję mniejszą od σ_T^2 (błędu dopasowania) i od σ_c^2 (błędu walidacji wzajemnej), lecz analiza wariancji σ_{poza}^2 (błędu prognozy poza zbiorem obserwacji) nie wskazuje „najlepszego” predyktora. Należy więc stwierdzić, że nasze wyniki eksperymentalne (tab. 4.1) nie upoważniają do preferowania któregośkolwiek z modeli (r1, r2, r3), choć jasne jest, że ze względów teoretycznych (liczba parametrów, współliniowość „zmiennych” r i $\log r$, konieczność nieliniowej optymalizacji) model r3 jest w gorszej sytuacji. Zwraca uwagę aż pięciokrotne (na 6 przypadków)

wystąpienie fizycznie wykluczonej dodatniej wartości współczynnika β_4 w modelu r3. Draper i Smith (1998, str. 375) wymieniają to jako pierwszy z symptomów współliniowości (zmiennych). Przypuszczać można, że źródłami trudności są równocześnie – małe zróżnicowanie odległości (r) i równoczesna zależność r i $\log r$ (wyrażenie $\alpha_1 \log r + \alpha_2 r$ może być – dla niezbyt zróżnicowanych wartości r – aproksymowane zarówno przez $\beta \log r$ jak i przez γr).

- D.** Tabela 4.2 ilustruje różnice ($\Delta a\%$) między prognozami otrzymanymi za pomocą trzech badanych relacji tłumienia (r_1, r_2, r_3) dla różnych wartości energii i dla niewielkich odległości r . Parametry relacji estymowano na podstawie dwustu pierwszych wstrząsów z wykorzystywanego tu zbioru obserwacji. Różnice te są znikome (poniżej 4% dla $r = 800$ m, lecz – jak się wydaje – powoli rosną ze wzrostem r – co jest zrozumiałe) i znacznie mniejsze od błędów spowodowanych niedokładną estymacją energii wstrząsów: z tabeli tej widzimy że zmiana energii „o pół rzędu” np. z $5 \cdot 10^5$ J na $1 \cdot 10^5$ J powoduje (gdy $r = 800$ m) zmianę prognoz z ok. 150 mm/s² na ok. 100 mm/s² zatem jest to zmiana o 33%. **Tak więc dla naszego zbioru obserwacji wszystkie trzy modele** (z optymalnie estymowanymi parametrami, dla niezbyt zróżnicowanych lecz realistycznych energii i odległości) **dają bardzo zbliżone wyniki** i niezbędna jest aprioryczna wiedza (lub inne wyniki eksperymentalne) by wybrać jedną z postaci relacji jako predyktor. Lasocki i inni (2000) oraz Lasocki i Orlecka-Sikora (2002) stosują formę r_1 i my ją też preferujemy, choć brak jednoznacznego wsparcia eksperymentalnego poza zbiorem obserwacji. Dodać jednak trzeba, że Joyner i Boore (1981) stosują r_3 , a Dubiński i Mutke (1997, 1999) posługują się jeszcze innymi postaciami relacji tłumienia.
- E.** Widoczny w tabeli 4.1 brak zbieżności – zarówno dla wariancji błędu prognozy, jak i współczynników modeli – skłonił nas do próby badania zmienności (parametrów) modeli i wariancji błędów prognozy w przypadku estymacji metodą ruchomego okna danych o stałej zawartości 100 wstrząsów. Wyniki przedstawione są w tabeli 4.3 i można je podsumować tak:
- E1. Na podstawie wariancji błędów – tak jak poprzednio – żaden z modeli nie jest wyraźnie lepszy (lub wyraźnie gorszy) od pozostałych. W szczególności eksperyment nie jest w stanie uzasadnić preferencji dla r_1 .
- E2. Optymalnie estymowane (w kroczącym oknie o liczebności 100 wstrząsów) parametry modeli (r_1, r_2, r_3) zmieniają się w sposób zdumiewający, na przykład dla modelu r_3 w oknie ($N_p = 25, N_d = 100$) otrzymujemy

$$\log a_{max} = 1,04 + 0,3785 \cdot \log E - 0,3522 \cdot \log r + 0,00009r$$

(skąd dla $E = 1 \cdot 10^5$ J i $r = 800$ m mamy $\log a_{max} \approx 1,982$) a w sąsiednim oknie oknie ($N_p = 50, N_d = 100$) otrzymujemy

$$\log a_{max} = -1,04 + 0,5117 \cdot \log E + 0,2680 \cdot \log r - 0,0004r$$

(skąd dla $E = 1 \cdot 10^5$ J i $r = 800$ m mamy $\log a_{max} \approx 1,976$).

Przykład ten (dla modelu r_3) traktować należy jako ostrzeżenie przed skutkami współliniowości (w modelach uwzględniających zarówno „ $\log r$ ” jak i „ r ”), lecz

zmiana współczynników modelu widoczna jest w tej samej tabeli (tab. 4.2) także w przypadku liniowych, prostych modeli r1 i r2. **Możliwość zmienności parametrów relacji tłumienia w zmiennym – skutek eksploatacji – górotworze kopalnianym nie może być apriori odrzucona i powinna stać się tematem badań.**

E3. Jeśli wniosek powyższy jest choćby częściowo poprawny, to żadna metoda prócz sekwencyjnej, stale aktualizowanej estymacji (modelu) i prognozy (przyspieszeń) nie rzuje poważnej poprawy wyników prognozy.

Tabela 4.1.

Porównanie trzech ocen błędu prognozy (wariancji σ_T^2 błędu dopasowania, wariancji σ_c^2 błędu procedury z walidacji wzajemnej i wariancji σ_{poza}^2 błędu warunkowej prognozy) dla trzech (r1, r2, r3) relacji tłumienia. Parametry relacji estymowano w oknie obserwacji o rosnącej liczbie N_d , w tym też oknie estymowano σ_T^2 i σ_c^2 ; σ_{poza}^2 estymowano na pozostałej liczącej $(270 - N_d)$ wstrząsów, części zbioru.

Table. 4.1.

Three errors measures (σ_T^2 – fitting error variance; σ_c^2 – cross-validation variance and σ_{poza}^2 – conditional out-of-sample prediction variance) from three (r1, r2, r3) attenuation relations. Beats estimated in growing observation window with N_d tremors, σ_T^2 and σ_c^2 estimated inside the sample, σ_{poza}^2 estimated out of sample.

	Liczba wektorów danych N_d	Relacja tłumienia i jej parametry	Wariancja log błędu dopasowania σ_T^2	Wariancja log błędu z crosswalidacji σ_c^2	Rzeczywista wariancja log błędu warunkowej prognozy σ_{poza}^2
R1	100	$\log a_{max}=1,30+0,2542\log E-0,2049\log r$	0,0265	0,0293	0,0407
	125	$\log a_{max}=1,05+0,3296\log E-0,2404\log r$	0,0325	0,0349	0,0452
	150	$\log a_{max}=0,80+0,4046\log E-0,2810\log r$	0,0373	0,0395	0,0574
	175	$\log a_{max}=0,90+0,3564\log E-0,2379\log r$	0,0382	0,0401	0,0453
	200	$\log a_{max}=1,24+0,2865\log E-0,2345\log r$	0,0393	0,0409	0,0291
	225	$\log a_{max}=1,22+0,2606\log E-0,1837\log r$	0,0382	0,0394	0,0238
R2	100	$\log a_{max}=0,90+0,2314\log E-0,00007r$	0,0283	0,0312	0,0405
	125	$\log a_{max}=0,54+0,3126\log E-0,00011r$	0,0338	0,0365	0,0447
	150	$\log a_{max}=0,20+0,3868\log E-0,00014r$	0,0385	0,0412	0,0562
	175	$\log a_{max}=0,39+0,3445\log E-0,00013r$	0,0387	0,0410	0,0456
	200	$\log a_{max}=0,73+0,2750\log E-0,00012r$	0,0399	0,0417	0,0291
	225	$\log a_{max}=0,81+0,2520\log E-0,00010r$	0,0386	0,0399	0,0247
R3	100	$\log a_{max}=1,77+0,2564\log E-0,4135\log r+0,00014r$	0,0259	0,0292	0,0416
	125	$\log a_{max}=1,24+0,3316\log E-0,3287\log r+0,00006r$	0,0327	0,0357	0,0451
	150	$\log a_{max}=0,91+0,4063\log E-0,3320\log r+0,00004r$	0,0375	0,0405	0,0574
	175	$\log a_{max}=0,89+0,3562\log E-0,2310\log r-0,00001r$	0,0384	0,0411	0,0453
	200	$\log a_{max}=1,27+0,2869\log E-0,2507\log r+0,00001r$	0,0395	0,0417	0,0290
	225	$\log a_{max}=1,29+0,2614\log E-0,2168\log r+0,00002r$	0,0384	0,0401	0,0238

Analizy powyższe uzupełnić chcemy dwoma rysunkami. Na rys. 4.1 pokazano – w kolejności (od lewej do prawej) zgodnej z kolejnością obserwacji (na osi poziomej podano numer porządkowy wstrząsu) – błędy dopasowania i błędy z procedury walidacji wzajemnej dla trzech (r1, r2, r3) modeli, dla 100 pierwszych wstrząsów z naszego zbioru. Zwraca uwagę zarówno asymetria (więcej jest dużych dodatnich) błędów jak i odległy od losowego charakter ich sekwencji w środkowej części wszystkich wykresów (rys. 4.1) Ten efekt – niepokojący z punktu widzenia poprawności metody, danych lub i metody i danych – będzie dopiero przedmiotem analiz.

Tabela 4.2.

Warunkowe prognozy a_{max} (oraz ich procentowe różnice $\Delta a\%$) otrzymane za pomocą trzech (r1, r2, r3) relacji tłumienia dla różnych wartości energii (E) i odległości epicentralnej (r). Parametry relacji estymowano na podstawie 200 pierwszych wstrząsów ze stanowiska „Miechowice”.

Conditional predictions a_{max} (and their relative % differences) from three (r1, r2, r3) attenuation relations for various values of energy (E) and epicentral distance (r). Betas estimated given 200 observations from the „Miechowice”.

$$\bar{a}_m = (a_1 + a_2 + a_3) / 3 \quad \Delta a\% = \frac{a_m - \bar{a}_m}{\bar{a}_m} \cdot 100$$

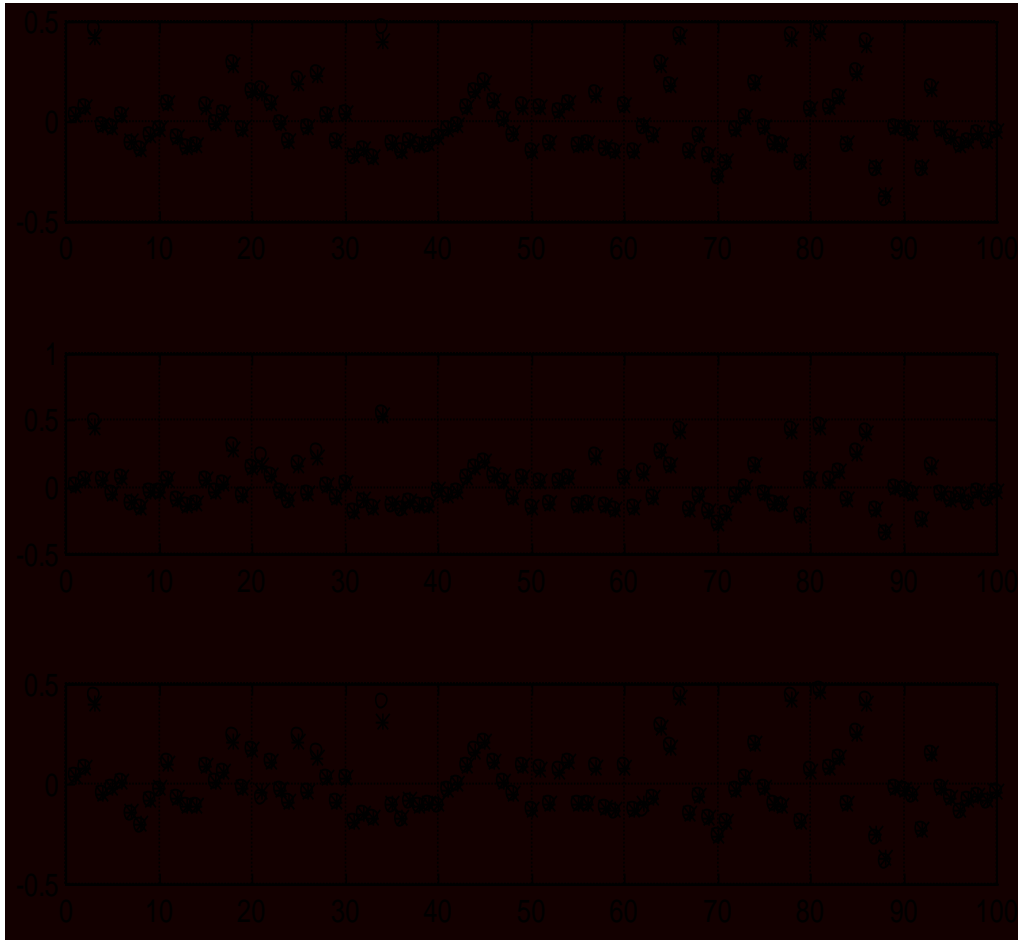
E (J)	r (m)	400			600			800			
		relacja	$\log a_{max}$	a_{max}	Δa (%)	$\log a_{max}$	a_{max}	Δa (%)	$\log a_{max}$	a_{max}	Δa (%)
5·10 ⁴ J	r1		1,9761	94,646	0,6	1,9348	86,060	-0,7	1,9055	80,445	-1,1
	r2		1,9742	94,232	0,2	1,9502	89,166	2,9	1,9262	84,372	3,8
	r3		1,9698	93,282	-0,8	1,9277	84,664	-2,3	1,8983	79,122	-2,7
1·10 ⁵ J	r1		2,0723	118,114	2,4	2,0210	104,954	-0,4	1,9917	98,107	-0,8
	r2		2,0570	114,025	-1,1	2,0330	107,895	2,4	2,0090	102,094	3,3
	r3		2,0562	113,815	-1,3	2,0140	103,276	-2,0	1,9842	96,427	-2,5
5·10 ⁵ J	r1		2,2626	183,063	1,5	2,2213	166,456	0,2	2,1920	155,597	-0,2
	r2		2,2492	177,501	-1,6	2,2252	167,958	1,1	2,2012	158,928	1,9
	r3		2,2567	180,593	0,1	2,2146	163,908	-1,3	2,1852	153,179	-1,7
1·10 ⁶ J	r1		2,3488	223,254	1,7	2,3075	203,002	0,5	2,2782	189,758	0,1
	r2		2,3320	214,783	-2,1	2,3080	203,236	0,6	2,2840	192,309	1,4
	r3		2,3431	220,343	0,4	2,3010	199,986	-1,0	2,2716	186,896	-1,5

Tabela 4.3.

Porównanie trzech ocen błędu prognozy ($\sigma_T^2, \sigma_c^2, \sigma_{poza}^2$ – jak w tab. 4.1) dla trzech (r1, r2, r3) relacji tłumienia. Parametry relacji estymowano w oknie „kroczącym” obejmującym wstrząsy od numeru N_p do ($N_p + N_d - 1$).

Three error measures ($\sigma_T^2, \sigma_c^2, \sigma_{poza}^2$) from three (r1, r2, r3) attenuation relations. Betas estimated inside the sliding window (from the tremors numbered N_p to the tremor $N_p + N_d - 1$).

	Liczba wektorów danych N_p, N_d	Relacja tłumienia i jej parametry	Wariancja log błędu dopasowania σ_T^2	Wariancja log błędu z crosswalidacji σ_c^2	Rzeczywista wariancja log błędu warunkowej prognozy σ_{poza}^2
r1	1, 100	$\log a_{max}=1,30+0,2542\log E-0,2049\log r$	0,0265	0,0293	0,0407
	25, 100	$\log a_{max}=0,77+0,3754\log E-0,2279\log r$	0,0333	0,0365	0,0503
	50, 100	$\log a_{max}=-0,09+0,5173\log E-0,1749\log r$	0,0417	0,0449	0,0793
	75, 100	$\log a_{max}=-0,00+0,4554\log E-0,0944\log r$	0,0464	0,0500	0,0688
	100, 100	$\log a_{max}=1,30+0,3070\log E-0,2899\log r$	0,0512	0,0554	0,0355
	125, 100	$\log a_{max}=0,94+0,2574\log E-0,0901\log r$	0,0466	0,0492	0,0295
r2	1, 100	$\log a_{max}=0,90+0,2314\log E-0,00007r$	0,0283	0,0312	0,0405
	25, 100	$\log a_{max}=0,28+0,3659\log E-0,00014r$	0,0341	0,0377	0,0500
	50, 100	$\log a_{max}=-0,46+0,5167\log E-0,00019r$	0,0412	0,0439	0,0773
	75, 100	$\log a_{max}=-0,25+0,4754\log E-0,00020r$	0,0452	0,0489	0,0684
	100, 100	$\log a_{max}=0,60+0,3242\log E-0,00030r$	0,0490	0,0525	0,0383
	125, 100	$\log a_{max}=0,74+0,2631\log E-0,00016r$	0,0460	0,0486	0,0288
r3	1, 100	$\log a_{max}=1,77+0,2564\log E-0,4135\log r+0,00014r$	0,0259	0,0292	0,0416
	25, 100	$\log a_{max}=1,04+0,3785\log E-0,3522\log r+0,00009r$	0,0336	0,0389	0,0506
	50, 100	$\log a_{max}=-1,04+0,5117\log E+0,2680\log r-0,00040r$	0,0413	0,0449	0,0764
	75, 100	$\log a_{max}=-2,95+0,4677\log E+1,1802\log r-0,00104r$	0,0417	0,0463	0,0765
	100, 100	$\log a_{max}=-1,96+0,3278\log E+1,0703\log r-0,00099r$	0,0468	0,0510	0,0465
	125, 100	$\log a_{max}=-1,32+0,2565\log E+0,8835\log r-0,00069r$	0,0448	0,0495	0,0402



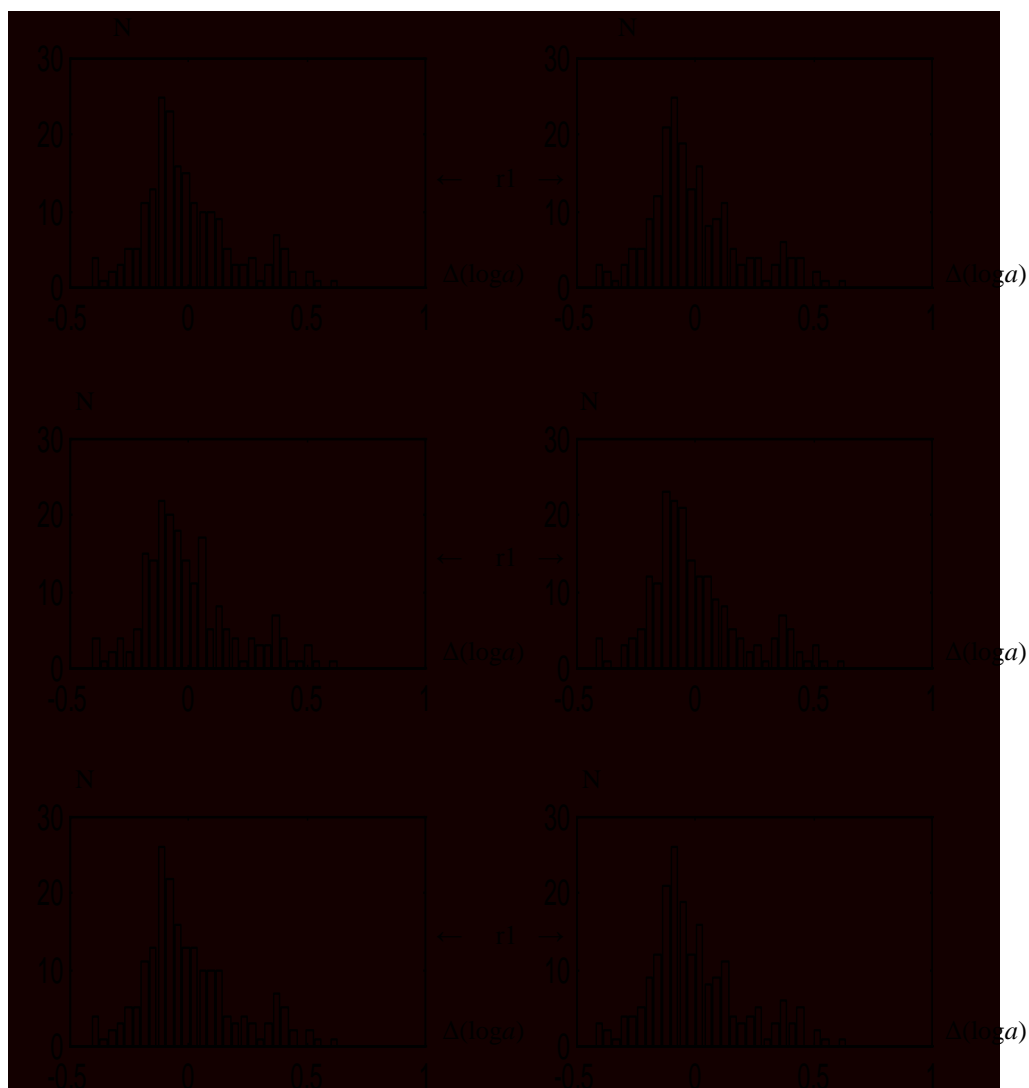
Rys. 4.1. Błędy „prognozy” $\log a_{max}$ na podstawie trzech (r1, r2, r3) relacji tłumienia dla zbioru 100 pierwszych wstrząsów zarejestrowanych na stanowisku „Miechowice”

* – błędy „dopasowania”, o – błędy z procedury walidacji wzajemnej (ang. one-out cross validation)

Fig. 4.1. Errors of $\log a_{max}$ prediction with three (r1, r2, r3) attenuation relations, given 100 tremors observed at “Miechowice” station

* – least squares fit errors at data points, o – errors from cross-validation.

Występowanie asymetrii błędów (wartości $\log a_{max}$) potwierdzone jest na rys. 4.2, gdzie pokazano rozkłady (w formie histogramów) błędów – z lewej błędów dopasowania, z prawej błędów prognozy z procedury walidacji wzajemnej – otrzymanych stosując trzy (r1, r2, r3) modele do estymacji na zbiorze pierwszych 200 wstrząsów. Rozkłady te, jak należało oczekiwać, są bardzo podobne i są, przede wszystkim, ewidentnie asymetryczne: asymetria ta jest dowodem, iż błędy dopasowania i prognozy (metodą walidacji wzajemnej) nie mają rozkładu normalnego, mimo że posługujemy się logarytmicznymi przyspieszeniami ($\log a_{max}$) – co, jak wiadomo, „zbliża” rozkłady empiryczne do rozkładu normalnego. Zarówno przyczyny jak i skutki tej asymetrii pozostają do zbadania.



Rys. 4.2. Przykładowe rozkłady 200 błędów prognozy log amax w zbiorze obserwacji ze stanowiska „Miechowice”, dla trzech (r_1 , r_2 , r_3) relacji tłumienia. Z lewej rozkłady błędów dopasowania, z prawej rozkłady błędów z procedury walidacji wzajemnej.

Fig. 4.2. Histogram examples of 200 of log amax prediction errors from “Miechowice” station, with three (r_1 , r_2 , r_3) attenuation relations. Least squares fitting errors on left, cross-validation errors on right.

Przedstawione w tym rozdziale zjawiska i efekty skłaniają nas do postawienia tezy, że zagadnienia „relacji tłumienia” i „prognozy maksymalnych przyspieszeń” w obszarach eksploatacji górniczej powinny być nadal traktowane jako otwarte tematy badawcze.

5. Podsumowanie i wnioski

Celem tej pracy jest opis i analiza – o charakterze dydaktycznym – przyczyn, dla których rozmaite „prognozy” (przyszłych wartości) a_{max} okazują się niezgodne z rzeczywistością (gdy ta nadejdzie), zwykle nadmiernie optymistyczne i zaniżone, co bywa przyczyną kontrowersji i utraty zaufania do „nauki w ogólności”.

Przyczyn tych, jak się okazuje, jest zadziwiająco wiele. Tak zwana prognoza maksymalnych przyspieszeń od wstrząsów górniczych – w skrócie „prognoza a_{max} ” kryje w sobie zazwyczaj cały szereg nieporozumień i niedomówień. Przed podsumowaniem zagadnień merytorycznych, dwa czynniki problemu muszą być – zdaniem autorów – wyodrębnione i jasno tu wyszczególniono:

A. Problemy zaczynają się na poziomie dydaktyki akademickiej: inżynierowie, nierozumiejący pojęć związanych ze zmiennymi losowymi nie akceptują losowego charakteru wyprognozowanej wartości a_{max} , a w związku z tym:

A1. wystąpienie rzeczywistej wartości a_{max} znacznie większej od prognozy, zawsze wiąże z błędem (prognozy lub pomiaru), podczas gdy – patrz rys. 2.1 – co najmniej czasem może to być skutek losowej zmienności;

A2. nie przyjmują do wiadomości, że wartości a_{max} nie muszą zawsze (choć „najczęściej” powinny) zmieniać się, tzn. rosnać lub maleć tak jak energie wstrząsów, uważając że niezgodność znaku zmian a_{max} i E dowodzi, iż teoria nie stosuje się „do ich kopalni”, podczas gdy – patrz rys. 2.1 – co najmniej czasem może to być skutek losowej zmienności.

Nie usiłujemy tu „zważyć odpowiedzialności” (za błędy prognozy) na przypadek. Istnieje też wiele innych przyczyn, o czym dalej, ale nadmiernie uproszczona deterministyczna analiza zjawisk tak złożonych jak pola falowe w (realnym) górotworze w sposób nieuchronny prowadzi do utraty zaufania i kwestionowania nauki.

B. Problemy są kreowane wskutek niefortunnej terminologii (gdy potoczne znaczenie słów jest niezgodne z ich znaczeniem ścisłym) oraz wskutek – wynikającego z typowych możliwości grafiki – obyczaju prezentowania izolinii \bar{a}_{max} jako wyników prognozy. Choć problemy te wydać się mogą trywialne, ich rzeczywiste przezwyciężenie nie jest łatwe (wiąże się z p. A).

B1. Trudność pierwsza wynika stąd, że potoczny zwrot „przyspieszenie maksymalne” faktycznie oznacza wartość średnią (\bar{a}_{max}) zmiennej losowej o pewnym rozkładzie prawdopodobieństwa wystąpienia (wokół tej średniej \bar{a}_{max}). Gdy rozkład tej zmiennej oparty jest na nieograniczonej podstawie, to – w sensie dosłownym – nie istnieje żadna wartość maksymalna i możliwe są (oraz użyteczne – bo są one użyteczne) tylko ograniczenia związane z prawdopodobieństwem. Co ważniejsze, jeśli nie mamy parametrów tego rozkładu, to **nic nie wiemy o możliwych różnicach między rzeczywistością a prognozą**. Prognoza bez takiej czy innej oceny jej dokładności, nie ma wartości.

B2. Wykresy izolinii a_{max} (na mapie powierzchni terenu) wraz z granicami przedziałów ufności, w praktyce stają się lub stać się łatwo mogą, nieczytelną płataniną linii. Czasem więc oceny dokładności zamieszczane są w tekście towarzyszącym tym

wykresom. Trudno jednak zapewnić, by tekst ten był czytany i zapamiętany – mapy i wykresy znacznie lepiej służą przekazowi informacji.

Przechodząc do grupy merytorycznych przyczyn rozbieżności między „prognozami a_{max} ” a rzeczywistością, powtórzyć należy, że:

Podstawową wadą typowych „prognoz a_{max} ” jest traktowanie prognozy warunkowej (dla której znacznie trafniejszą, choć „niehandlową”, nazwą jest „analiza scenariusza”) jako prognozy bezwarunkowej i to zarówno przez prognozującego, jak i przez użytkownika.

Postępowanie takie – do czasu niezaprzeczalnie wygodne – „pozwała” pominąć wielką liczbą opisanych w tej pracy wątpliwości i trudności, traktując obliczenia wykonane pod (jawnie nierealnymi) warunkami:

- Znamy przyszłą wartość E_{max} i jest ona pewna (a nie probabilistyczna, bo iloczyn $\beta_2 \cdot \log E$ tylko dla ustalonych E prowadzi do rozkładów normalnych).
- Znamy lokalizację źródła E_{max} i jest ona pewna.
- Znamy relację tłumienia dla obszaru objętego prognozą i jest ona niezmienna

tak, jak gdyby to były prawdziwe, bezwarunkowe prognozy. Postępowanie takie zazwyczaj źle się kończy – jak wspomniano na samym początku tej pracy.

Powtórzyć więc należy, za cytowanym już Chatfieldem (1996, str. 496 i nast.), że **błędy wynikające z niepewności modelu są zapewne dużo ważniejsze od błędów wynikających z innych źródeł**. Dzieje się tak zarówno w przypadku importu równania, jak i w przypadku, gdy równanie to, dotycząc obszaru objętego wpływami eksploatacji, może się zmieniać z upływem czasu. Opisany w rozdz. 4 „eksperyment miechowski” **przypuszczenie to wzmacnia**.

Możemy zatem sformułować kilka – miejmy nadzieję, że praktycznie użytecznych – wniosków:

- W1.** Estymacja relacji tłumienia i prognoza maksymalnych przyspieszeń od wstrząsów górniczych w obszarze objętym wpływami eksploatacji, powinny być traktowane jako proces ciągły, powtarzany sekwencyjnie w miarę obserwacji nowych wstrząsów, a użytkownicy powinny być na bieżąco informowani o nowych, istotnych wynikach. Upieranie się przy przestarzałych, nieaktualnych prognozach jest błędem.
- W2.** Prognozy warunkowe trzeba nazywać warunkowymi i określać w sposób jawny warunki ich poprawności oraz określać ich zmienność w przypadku zmienności tych warunków.
- W3.** Maksymalne wartości przyszłych energii (E_{max}) i odległości (r) określać należy poprzez ich aprioryczne rozkłady prawdopodobieństwa. Wówczas sposób prognozowania wartości (\bar{a}_{max}) średniej pozostaje bez zmiany a przedziały ufności dla prognozy estymować należy metodą typu „Monte Carlo” (tzw. bootstrap).
- W4.** Na mapach izolinii \bar{a}_{max} koniecznie nanosić należy informację o rozkładzie (rozproszczeniu) błędów prognozy, albo dla wybranych obiektów, albo innym sposobem – lecz pominąć tej informacji nie należy nigdy. Znacznie rozsowniejsze (od wykreślenia izolinii \bar{a}_{max}) jest założenie od początku, że wynikiem prognozy jest izolinia 90% prawdopodobieństwa a_{max} (czyli granica która z prawdopodobieństwem 90% zostanie dotrzymana) – jak czynią to np. Lasocki i Olecka-Sikora (2002).

W5. Do czasu pojawienia się innych informacji sugerujemy stosowanie liniowego równania r1

$$\log a_{max} = \beta_1 + \beta_2 \log E + \beta_3 \log r$$

jako estymata relacji tłumienia i predyktora a_{max} , gdy zbiór dostępnych obserwacji pochodzi z jednego stanowiska. Dla obserwacji wielostanowiskowych doradzamy stosowanie – wzorowanej na r1 i na równaniach (2.36) relacji

$$\log a_{max,i} = \beta_{1,i} + \beta_2 \log E + \beta_3 \log r \quad (5.1)$$

(gdzie „i” jest numerem stanowiska), która „samoczynnie” uwzględni amplifikację w rejonie i-tego stanowiska. Estymacja i zastosowanie tego równania są równie proste jak i w przypadku jednostanowiskowym, a macierzowe sformułowanie (regresyjnego) zadania estymacji umożliwia łatwe obliczenie wariancji/kowariancji liniowej prognozy.

W6. Niepewność prognoz jest, i zapewne zawsze będzie, znaczna. Występowanie rozbieżności między wartością wyprognozowaną a zmierzona może skłaniać do rewizji prognoz, lecz żądanie rewizji pomiaru kompromituje inżyniera.

Autorzy dziękują Kierownictwu i pracownikom Działu Tępań Kopalni „Bobrek-Centrum” Kompania Węglowa S.A. za udostępnienie danych i długotrwałą życzliwą współpracę.

Literatura

- [1] Allen D.M. 1974: The relationship between variable selection and data augmentation and a method for prediction. *Technometrics*, vol. 16, 125–127.
- [2] Armstrong J.S. 2001: *Principles of Forecasting*, Kluwer, Boston.
- [3] Burnham K.P., Anderson D.R. 2000: *Model Selection and Inference*, Springer.
- [4] Chatfield C. 1996: Model Uncertainty and Forecast Accuracy, *J. Forecasting*, vol. 15, s. 495–508.
- [5] Chatfield C. 2000: *Time-series Forecasting*, Chapman and Hall/CRC Boca Raton, London.
- [6] Diebold F.X. 2004: *Elements of Forecasting*, Thompson/South-Western.
- [7] Draper D. 1995: Assessment and Propagation of Model Uncertainty, *J. Roy. Statist. Soc., B.*, vol. 57, no. 1, 45–97.
- [8] Draper N., Smith 1998: *Applied Regression Analysis*, Wiley.
- [9] Dubiński J., Mutke G. 1997: Prognozowanie oddziaływań sejsmicznych związanych z działalnością górniczą kopalń. PNGIG S. Konf., nr 20 („Ochrona powierzchni i obiektów budowlanych przed uszkodzeniami”), 69–82.
- [10] Dubiński J., Mutke G. 1999: Prognozowanie drgań powierzchni od wstrząsów spowodowanych działalnością górniczą. PNGIG S. Konf., nr 30 („V Dni Miernictwa”), 218–227.
- [11] Dubiński J., Mutke G. 2001: Ocena oddziaływania wstrząsów górniczych na powierzchnię. [W:] Dubiński J., Pilecki Z., Zuberek W. (red.) *Badania geofizyczne w kopalniach*, Wyd. IGSMiE PAN, Kraków, 135–146.
- [12] Efron B., Tibshirani R.J. 1994: *An Introduction to the Bootstrap*. Chapman and Hall, London
- [13] Joyner W.B., Boore D.M. 1981: Peak horizontal acceleration and velocity from strong-motion records. *Bull. Seismo. Soc. Amer.*, vol. 71, no. 6, 2011–2038.
- [14] Lasocki S., Olecka-Sikora B. 2002: Prognoza drgań gruntu na terenie miasta Polkowice dla okresu 2001–2013. [W:] *Mat. XXV Zim. Szk. Mech. Górniczej*, Wyd. Kat. Geomech., Bud. i Geotech. AGH, Kraków, 369–384.

- [15] Lasocki S., Szybiński M., Matuszyk J., Mirek J., Pielesz A. 2000: Prognozowanie drgań powierzchni wywołanych wstrząsami górniczymi – przegląd krytyczny. Warsztaty 2000, Wyd. IGSMiE.
- [16] Markowski E., Kornowski J., Zuberek W.M. 2002: Podsumowanie i analiza wyników powierzchniowych obserwacji przyspieszeń od wstrząsów górniczych z zakładów Bytomskiej Spółki Węglowej S.A. za okres 1998–2000, Wyd. PTPNoZ, Sosnowiec.
- [17] Mc Cullagh B.D. 1996: Consistent Forecasting Intervals when the Forecast – Period Exogenous Variables are Stochastic. J. Forecasting, vol. 15, 293–304.
- [18] Stone M. 1974: Cross-Validatory Choice and Assessment of Statistical Predictions, J. Roy. Statist. Soc, ser. B, vol. 36, 111–147.

Conditional prediction error of a_{max} predicted with attenuation relation

This is a review of problems with determining prediction uncertainty of the so called maximum acceleration from mining-induced tremors in the area influenced by mining. Many of uncertainty components are analysed, among others elementary derivation of the attenuation relation is given, making easily visible a large number of assumptions and idealization used to get the result. Large set of observations from the “Miechowice” station is used to illustrate some thesis and problems. With this example we have to conclude that an attenuation relation not only is a local-in-space description of attenuation but in the mining-influenced area it may also change in time.

Przekazano: 31 marca 2006 r.