

Maria MRÓWCZYŃSKA

Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra
Wydział Inżynierii Łądowej i Środowiska

Badanie intensywności przebiegu deformacji powierzchni terenu Legnicko Głogowskiego Okręgu Miedziowego w latach 1967 – 2008 z wykorzystaniem sieci neuronowej Hopfielda

Słowa kluczowe

Model przemieszczeń, sieć neuronowa Hopfielda, pomiary geodezyjne

Streszczenie

W artykule przedstawiono stan przemieszczeń pionowych punktów kontrolowanych zlokalizowanych na obszarze Legnicko – Głogowskiego Okręgu Miedziowego położonego w południowej części monokliny przedsudeckiej. Wykorzystane modele przemieszczeń wynikają z przyjętej metody definiowania układu odniesienia, który jest pewnym zbiorem punktów o stwierdzonej wzajemnej stałości. W związku z tym, w artykule została podjęta próba porównania jakościowych modeli przemieszczeń, uzyskanych na podstawie dwóch wariantów definiowania układu. W pierwszym podejściu została wykorzystana sieć neuronowa Hopfielda, której minimalne wartości poziomów energetycznych oraz wyniki analizy przebiegu sąsiednich trajektorii ruchu punktów za pomocą wykładników Lapunowa decydowały o potencjalnych możliwościach kwalifikacji określonych punktów do zbioru punktów stałych. Druga z zastosowanych metod wymaga identyfikacji wstępnej, która została zrealizowana za pomocą algorytmu minimalizacji sumy odchyłek absolutnych (idea przylegania obiektów (Adamczewski 1979).

W myśl zaproponowanych w artykule rozwiązań ostateczną strukturę układów odniesienia ustalono na podstawie wartości krytycznej przyrostu kwadratu normy wektora poprawek do obserwacji, a w konsekwencji sformułowano odpowiadające tym układom geometryczne modele przemieszczeń.

1. Wstęp

W rozpoznawaniu procesu oddziaływania eksploatacji górniczej na górotwór i powierzchnię terenu szczególne znaczenie mają wyniki pomiarów geodezyjnych. Pomiary geodezyjne dostarczają znacznych ilości danych opisujących wpływ eksploatacji na górotwór i powierzchnię, co w znacznym stopniu ułatwia wyjaśnienie procesu deformacji obiektów przemysłowych. Monitoring geodezyjny złożony z pomiarów i ich interpretacji, umożliwia sprecyzowanie wniosków na temat deformacji powierzchni terenu. Typowym objawem

deformacji są przemieszczenia punktów pomiarowych zlokalizowanych na obszarze badań, spowodowane zmianą warunków gruntowo – wodnych bądź wpływem eksploatacji górniczej. Określenie geometrycznego modelu przemieszczeń wynika z procesu identyfikacji wzajemnie stałych punktów, na których definiowany jest układ odniesienia (Prószyński, Kwaśniak 2006).

Podjmując badania w poznawaniu procesu oddziaływania eksploatacji górniczej na deformacje powierzchni terenu poczyniono starania, aby zadanie identyfikacji zbioru punktów odniesienia jako podstawa formułowania modelu przemieszczeń było pozbawione założeń *a priori* o stałości wybranych punktów sieci geodezyjnej. Do oceny stabilności punktów sieci geodezyjnej pomiarowo – kontrolnej założonej w celu wyznaczenia przemieszczeń pionowych powierzchni terenu na obszarze Legnicko – Głogowskiego Okręgu Miedziowego wykorzystano pojęcie elastycznego układu odniesienia. Układ zdefiniowano dwoma sposobami, a mianowicie: na podstawie dynamiki sieci neuronowej Hopfielda oraz na podstawie kryterium wartości krytycznej przyrostu kwadratu normy wektora poprawek do obserwacji. Przemieszczenia pionowe punktów badanych sieci, jako rezultaty opracowania wyników pomiarów okresowych wykonanych metodą niwelacji precyzyjnej w latach 1967 – 2008, stanowią przedmiot niniejszej pracy.

2. Budowa geologiczna obszaru badań

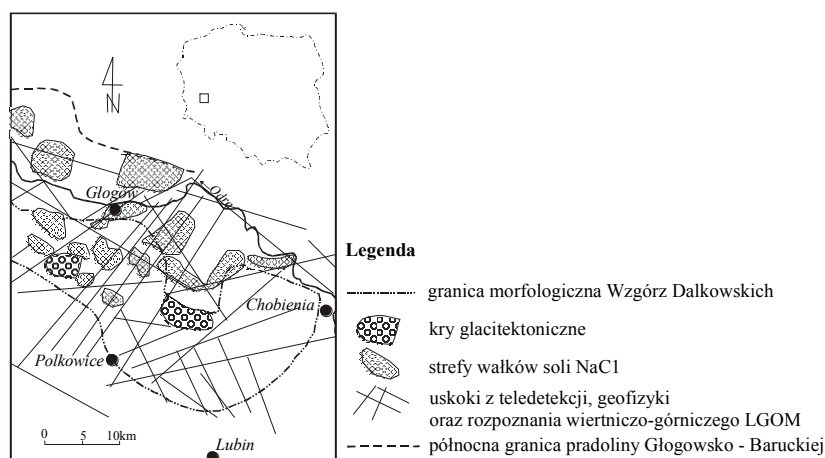
Badaniami wpływu eksploatacji górniczej na powierzchnię terenu został objęty obszar Legnicko – Głogowskiego Okręgu Miedziowego (LGOM) leżący w południowej części monokliny przedsudeckiej. Na podstawie badań strukturalnych w poziomie złoża miedzi i soli cechsztyńskich oraz obserwacji prowadzonych w wyrobiskach górniczych i szybach głębinowych kopalni KGHM Polska Miedz S.A. stwierdzono, że tutejsze masywy skalne dzielą się na trzy kompleksy zalegające na sobie dyskordantnie i są podzielone długimi łukami stratygraficznymi. Układ kompleksów zilustrowanych na rys. 2.1, poczynając od najstarszego przedstawia się jak następuje (Markiewicz 2003):

- kompleks skał krystalicznych wieku proterozoicznego oraz skał starszego paleozoiku, które stanowią podłoże monokliny,
- kompleks skał permio – mezozoicznych, z których została zbudowana monoklina,
- kompleks osadów kenozoicznych, które stanowią pokrywę monokliny.

Obserwacje strukturalne w kopalni na obszarze LGOM wykazują kilka istotnych cech, które świadczą o tym, że południowa część monokliny przedsudeckiej leży w szerokiej strefie uskokuwej Odry. Wyodrębniono następujące cechy:

- lewoskrętną rotację układu spękań w poziomie złoża miedzi w miarę przesuwania się w kierunku północno – zachodnim,
- przesunięcia poziome na uskokach NW – SE,
- występowanie w spągowych partiach soli cechsztyńskich spękań ekstensywnych,
- charakter inicjalny uskoku w spągu osadów cechsztynu.

Szczegółowe informacje na temat budowy geologicznej omawianego obszaru można znaleźć w pracach (Markiewicz, Kraiński 2002; Markiewicz 2003).



Rys. 2.1. Szkic budowy strukturalnej podłoża badanego obszaru deformacji LGOM (opracowanie własne)

Fig. 2.1. Sketch of the structural form of the subsoil of the area under research of the LGCMA (develop their own)

3. Diagnostyka sieci geodezyjnej przeznaczony do badania przemieszczeń

W celu określenia deformacji terenu, których przyczyną może być eksploatacja górnicza, należy przeprowadzić szereg prac geodezyjnych pomiarowych i obliczeniowych. Ujemny wpływ eksploatacji górnicznej przejawia się najczęściej w postaci deformacji terenu, która może być opisana ilościowo i jakościowo za pomocą geometrycznych wskaźników jako wielkości mierzalnych.

Jednym z podstawowych wskaźników deformacji są przemieszczenia pionowe punktów sieci geodezyjnej kontrolnej, które wyznaczone na podstawie pomiarów okresowych umożliwiają oszacowanie parametrów deformacji w zależności od warunków geologicznych. Opracowanie numerycznej sieci geodezyjnej, która zapewni wysoki poziom ufności rezultatów pomiaru, wymaga spełnienia poprawności technologicznej układu obserwacyjnego. Istotnym w tej kwestii problemem są obserwacje odstające a szczególnie takie, których błędy nieznacznie przekraczają dopuszczalne granice określone dla danej klasy pomiarów.

Skutecznymi metodami identyfikacji obserwacji odstających są metody estymacji mocnych (Kadaj 1998). W aspekcie zastosowania tych metod istotne znaczenie mają własności funkcjonalne estymatorów mocnych (wykrycie błędu grubego), przy czym arbitralnie definiowanej funkcji celu stawia się warunek, aby była różniczkowalna (co najmniej dwukrotnie) oraz odporna na błędy grube. Modyfikacja funkcji celu metody najmniejszych kwadratów polega na przyporządkowaniu każdej obserwacji zdefiniowanej funkcji wagowej wypukłej $\varpi[v(\mathbf{x})]$, z których najbardziej popularną dla metody najmniejszych kwadratów jest funkcja Hubera o postaci

$$\varpi[v_i(\mathbf{x})] = \begin{cases} [v_i(\mathbf{x})]^2 & \text{dla } |v_i(\mathbf{x})| \leq \alpha \\ \alpha|v_i(\mathbf{x})| - \alpha^2 & \text{dla } |v_i(\mathbf{x})| > \alpha \end{cases} \quad (3.1)$$

gdzie współczynnik α oznacza wartość graniczną błędów przypadkowych założeniem ich rozkładu normalnego, ustaloną na podstawie dokładności narzędzia pomiarowego i metody pomiaru. Postać funkcji wagowej $\varpi[v_i(\mathbf{x})]$ stanowi podstawę definiowania funkcji celu (funkcji energetycznej) $E(\mathbf{x})$, której pochodna w kierunku $\mathbf{v}(\mathbf{x})$ jest funkcją aktywacji, wykorzystywaną do rozwiązania układów równań liniowych za pomocą sieci neuronowej.

Mając na uwadze postać funkcji wagowej (3.1) kwadratową funkcję celu zdefiniujemy w postaci

$$E_1(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m \varpi[v_i(\mathbf{x})] \quad (3.2)$$

gdzie

$$v_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - l_i \quad (3.3)$$

przy czym a_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m$), $j = (1, 2, \dots, n)$, ($m > n$) są elementami macierzy $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ (współczynniki rzeczywiste), l_i ($i = 1, 2, \dots, m$) to współrzędne wektora obserwacji, zaś x_j ($j = 1, 2, \dots, n$) stanowią współrzędne wektora parametrów. Zagadnienie estymacji parametrów kwadratowej funkcji celu za pomocą sieci neuronowej jednokierunkowej oraz sieci rekurencyjnej z zastosowaniem funkcji aktywacji

$$\phi[v_i(\mathbf{x})] = \begin{cases} -\alpha & \text{dla } v_i(\mathbf{x}) < -\alpha \\ v_i(\mathbf{x}) & \text{dla } |v_i(\mathbf{x})| \leq \alpha \\ \alpha & \text{dla } v_i(\mathbf{x}) > \alpha \end{cases} \quad (3.4)$$

sprowadza się do rozwiązania układu równań różniczkowych

$$\frac{dx}{dt} = -\eta(t)\nabla E_1(\mathbf{x}) \quad (3.5)$$

gdzie $\eta(t) = [\eta_{ij}(t)]$ jest dodatnio określoną macierzą diagonalną współczynników uczenia o wymiarach $n \times n$, zaś

$$\nabla E_1(\mathbf{x}) = \mathbf{A}^T(\mathbf{Ax} - \mathbf{l}). \quad (3.6)$$

Według Hubera, estymator wynikający z funkcji $\varphi[v_i(\mathbf{x})]$ ograniczonej przez $|\alpha|$ jest estymatorem o najmniejszej wariancji w klasie funkcji spełniających to ograniczenie (własność asymptotyczna estymatorów mocnych). Rozwiązanie układu nadokreślonego (3.6) jest numerycznie stabilne, ponieważ funkcja E_1 jest funkcją Lapunowa, która dla rozwiązania $\mathbf{x}(t)$ jest funkcją rzeczywistą klasy C^1 taką, że $E_1(0) = 0$.

Optymalne rozwiązanie w sensie normy l_2 , które często dobrze przybliża rozwiązanie w innych normach (Dahlquist, Björck 1993) jest realizowane z założeniem, że błędy obserwacji podlegają rozkładowi normalnemu. Jeżeli błędy obserwacji podlegają rozkładowi Cauchy'ego bądź w sytuacji braku dostatecznej znajomości rozkładu wektora obserwacji z możliwością występowania błędów przekraczających oszacowania prawdopodobne, optymalnym kryterium minimalizacji stanowi norma l_1 . Identyfikacja obserwacji odstających w normie l_1 przebiega na podstawie zdefiniowanej funkcji wypukłej o własnościach odpornościowych postaci

$$\omega[v_i(\mathbf{x})] = |v_i(\mathbf{x})|. \quad (3.7)$$

Na tej podstawie zdefiniowana funkcja celu

$$E_2(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m |v_i(\mathbf{x})| \quad (3.8)$$

stanowi sformułowanie zasady minimalizacji sumy odchyleń bezwzględnych, jako „naturalnej” estymacji mocnej. Funkcja $E_2(\mathbf{x})$ jest nieregularna i jej minimalizacja wymaga specjalnych procedur programowania matematycznego (Andrews 1974) bądź prostego w realizacji numerycznej algorytmu z zastosowaniem sieci neuronowych.

Wykorzystując gradientową metodę optymalizacji, minimalizacja funkcji $E_2(\mathbf{x})$ wynika z rozwiązania układu równań różniczkowych

$$\frac{dx}{dt} = \eta \sum_{i=1}^m a_{ij} \operatorname{sgn}[v_i(\mathbf{x})] \quad (3.9)$$

gdzie:

η - współczynnik uczenia, zaś zmodyfikowana funkcja

$$\operatorname{sgn}[v_i(\mathbf{x})] = \begin{cases} 1 & \text{dla } v_i(\mathbf{x}) > 0 \\ -1 & \text{dla } v_i(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \text{ jest funkcją aktywacji, która określa znak lewostronnej lub}$$

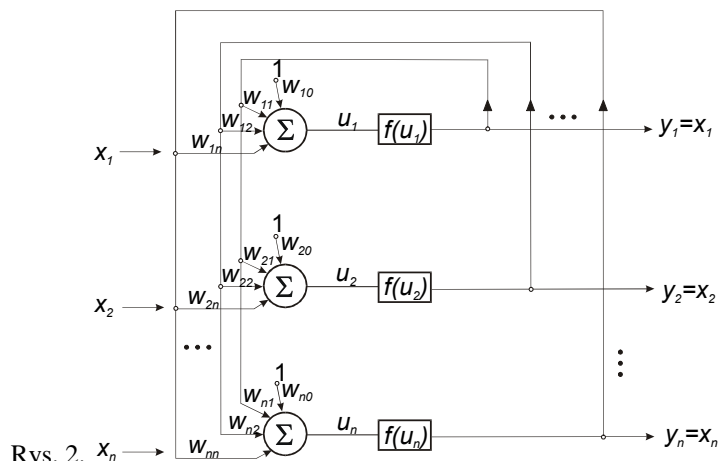
prawostronnej pochodnej w otoczeniu punktu \mathbf{x} . Funkcja $E_2(\mathbf{x})$ jest bowiem funkcją ciągłą, lecz nie jest funkcją różniczkowalną względem punktu \mathbf{x} . W zakresie problematyki

wyrównania sieci geodezyjnych, metody estymacji mocnych formułowane na bazie zasady największej wiarygodności lub zasady wyboru alternatywy (Kadaj 1998; Wiśniewski 1986) mogą zawierać inne propozycje procedur oraz funkcji o własnościach odpornych.

4. Sieć neuronowa Hopfielda rozwiązująca zagadnienie definicji układu odniesienia

W rozwiązywaniu problemów optymalizacyjnych wykorzystywane są sieci jednokierunkowe oraz sieci rekurencyjne (ze sprzężeniem zwrotnym). Cechą wyróżniającą sieci rekurencyjne od innych modeli sieci neuronowych jest możliwość ich zastosowania do konstruowania tzw. pamięci skojarzeniowej (asocjacyjnej), która pozwala pozyskać informacje na podstawie postaci sygnału wejściowego bez udziału fizycznego adresu.

Zasadniczym przedstawicielem pamięci asocjacyjnej jest sieć Hopfielda (rys. 4.1), która może być opisana modelem ciągłym lub dyskretnym. W procesie uczenia sieci kształtują się obszary przyciągania (atrakcji) reprezentowane przez punkty równowagi czyli atraktory, w których sieć osiąga jeden z minimów energii jako stan równowagi stabilnej.



Rys. 2. x_n

Rys. 4.1. Architektura sieci neuronowej Hopfielda (opracowanie własne)

Fig. 4.1. The diagram of a neural network of Hopfield's type (develop their own)

Aby rozwiązać zagadnienie zdefiniowania układu odniesienia przyjęto analogową sieć Hopfielda, w której sygnały wyjściowe dla zastosowanej sigmoidalnej bipolarnej funkcji aktywacji, równe sygnałom wejściowym, mogą przyjmować dowolne wartości z zakresu $(-1,1)$. Przyjmując, że u jest sumą wagową pobudzeń, wówczas sygnał analogowy sieci jest opisany funkcją w relacji

$$x_i = f(u_i) = f\left(\sum_{j=1}^n w_{ij}x_j\right), \quad (4.1)$$

gdzie

$$w_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^p x_i^{(k)} x_j^{(k)}, \quad i = (1, 2, \dots, n), \quad j = (1, 2, \dots, n). \quad (4.2)$$

Istotnym pojęciem w rozwiązywaniu zagadnień optymalizacji z zastosowaniem modelu ciągłego jest funkcja energetyczna, zdefiniowana przez Hopfielda jako funkcja Lapunowa w postaci

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n \int_0^{x_i} f^{-1}(x) dx. \quad (4.3)$$

gdzie:

$f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) / \beta$ jest funkcją odwrotną bipolarnej funkcji aktywacji $f(u) = \operatorname{tgh}(\beta u)$

z parametrem β dobieranym przez użytkownika. Minimalizacja funkcji energetycznej (4.3) stanowi zakończenie procesu dopasowania wektora wejściowego do jednego z wektorów pamięci autoasocjacyjnej (atraktora), w którym funkcja energetyczna (4.3) osiąga minimum lokalne.

W dążeniu do identyfikacji zbioru punktów odniesienia będziemy dalej rozpatrywali dynamikę sieci w pobliżu atraktora. Oznaczając atraktor przez u_i^* , zaś aktualny punkt pracy sieci przez u_i w dowolnie bliskim otoczeniu δ_i atraktora, napiszemy

$$u_i = u_i^* + \delta_i, \quad (4.4)$$

oraz

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{d\delta_i}{dt}. \quad (4.5)$$

Na podstawie wzoru Taylora będziemy mieli

$$f(u_i^* + \delta_i) = f(u_i^*) + f'(u_i^*) \delta_i. \quad (4.6)$$

Równanie sieci w stanie ustalonym przyjmie postać

$$-u_i + \sum_j w_{ij} x_j = 0. \quad (4.7)$$

Stan dynamiczny sieci ciągly w czasie (sieć analogowa) może zostać alternatywnie opisany równaniem różniczkowym

$$\tau_i \frac{du_i}{dt} = -u_i + f\left(\sum_{j=1}^n w_{ij} f(u_j)\right) \quad (4.8)$$

gdzie τ oznacza stałą czasową procesu adaptacyjnego, zaś u jest zmienną w postaci sygnału sumacyjnego. Dalej na podstawie wzoru (4.6) otrzymujemy

$$\tau \frac{d\delta_i}{dt} = -\delta_i + \sum_j w_{ij} f'(u_j^*) \delta_j + [-u_i^* + \sum_j w_{ij} f(u_j^*)], \quad (4.9)$$

gdzie wyrażenie w nawiasach kwadratowych wynosi zero (porównaj wzór (4.7)).

Teraz uwzględniając zależność (4.8) uzyskamy ostateczną postać równania dynamicznego sieci zlinearyzowanej w relacji

$$\tau_i \frac{d\delta_i}{dt} = -\delta_i + \sum_j w_{ij} f'(u_j^*) \delta_j. \quad (4.10)$$

Postać zwarta (macierzowa) powyższego układu równań różniczkowych przedstawia się następująco

$$\frac{d\delta}{dt} = -\mathbf{T}^{-1}[\mathbf{1} - \mathbf{GW}\mathbf{f}], \quad (4.11)$$

gdzie:

$\mathbf{T} = \text{diag}[\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]$, $\mathbf{G} = \text{diag}[f'(u_1), f'(u_2), \dots, f'(u_n)]$, $\delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n]^T$, zaś

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_{n1} & w_{n2} & \dots & w_{nn} \end{bmatrix}.$$

Rozwiązanie równania liniowego (4.11) przebiega według funkcji wykładniczej w czasie teoretycznie $t \rightarrow \infty$ i wymaga znajomości atraktorów systemu oraz deklaracji wartości δ , zależnej od dokładności pomiaru zmian różnic wysokości.

Atraktory są jednym z najbardziej ważnych pojęć, które umożliwiają określenie charakterystyki trajektorii fazowej, czyli linii łączącej punkty odpowiadające kolejnym stanom sieci podczas ewolucji czasowej. Pojęcie atraktora należy kojarzyć z obszarem (przestrzeń fazowa), do którego dąży rozwiązanie układu równań (4.10). Przy pewnych warunkach początkowych, trajektoria fazowa wchodzi w obszar atraktora i tam pozostaje. Można więc skonstatować, że znajomość atraktora stwarza możliwość określenia rodzaju ewolucji czasowej układu dynamicznego, przy czym istotne jest rozpoznanie, czy układ ewoluuje chaotycznie.

Jeżeli ruch jest ruchem regularnym oraz atraktory są atraktorami punktowymi, którym odpowiadają wzorce zapamiętane w sieci, wówczas sąsiednie trajektorie zbiegają się asymptotycznie. Zachowanie sąsiednich trajektorii można opisać za pomocą wykładników Lapunowa na podstawie wzoru

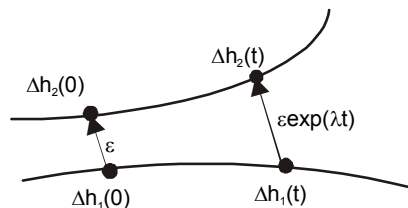
$$\varepsilon(t) = \varepsilon e^{\lambda t}. \quad (4.12)$$

Wykładniki Lapunowa są miarą wrażliwości na warunki początkowe. Zakładając, że dwie sąsiednie trajektorie w postaci zmian różnic wysokości $\Delta h_1(t)$ i $\Delta h_2(t)$ początkowo odległe o ε , po upływie czasu t będą odległe o $\varepsilon e^{\lambda_1 t}$, gdzie λ_1 jest maksymalnym wykładnikiem Lapunowa (rys. 4.2), rozbieżność trajektorii można opisać zależnością

$$f[\Delta h_2(t)] - f[\Delta h_1(t)] = \varepsilon e^{\lambda t} \quad (4.13)$$

skąd

$$\lambda = \frac{1}{t} \ln \left\{ \frac{f[\Delta h_2(t)] - f[\Delta h_1(t)]}{\varepsilon} \right\}. \quad (4.14)$$



Rys. 4.2. Odległość trajektorii w czasie (opracowanie własne)
Fig. 4.2 The distance of a trajectory in time (develop their own)

Trajektorie są zbieżne oraz występuje atraktor punktowy tylko wtedy, gdy wszystkie wykładniki Lapunowa λ_i są ujemne. W przypadku gdy wykładniki są zerowe i ujemne ruch

jest ruchem quasiokresowym, natomiast gdy chociaż jeden wykładnik jest dodatni mamy do czynienia z ruchem chaotycznym.

Dotychczasowe rozważania prowadzą do wniosku, że stabilność punktów zostanie zachowana, jeżeli:

- sąsiednie trajektorie ruchu punktów zbiegają się asymptotycznie, zaś wszystkie wykładniki Lapunowa są ujemne (atraktor punktowy);
- liczba ewolucji czasowych układu zlinearyzowanego w dojściu do atraktora jest minimalna.

5. Algorytm identyfikacji zbioru punktów odniesienia

Proces identyfikacji punktów spełniających warunek wzajemnej stałości wymaga dokonania analizy zmian wartości cech wewnętrznych (długości, kątów, rodzaju ruchu), określonych na odpowiadających sobie punktach dwóch skończonych zbiorów. Rozpatrywane zbiory punktów reprezentują dwa obiekty geometryczne. Poszukiwanie zbioru punktów, którego wektor przyrostów bazowych cech wewnętrznych w rozpatrywanym interwale czasu $\Delta t = t_2 - t_1$ dwóch epok jest wystarczająco mały stanowi dominujący czynnik we wstępnej fazie procesu identyfikacji. Klasyczne podejście umożliwiające wstępną identyfikację punktów stałych sieci niwelacyjnej wymaga spełnienia kryterium następującej treści: dwa punkty powiązane ciągiem niwelacyjnym zachowują stałość, jeżeli

$$w_i = \left| \Delta h_i^{(1)} - \Delta h_i^{(2)} \right| \leq m_0 1,4 \sqrt{n' + n''} \quad (5.1)$$

gdzie:

$w_i = \left| \Delta h_i^{(1)} - \Delta h_i^{(2)} \right|$ - zmiana różnicy wysokości między dwoma punktami uzyskana z pomiaru pierwotnego i aktualnego,

m_0 - błąd średni pojedynczego pomiaru, zaś n' i n'' oznaczają liczby stanowisk niwelatora w realizacji pomiaru pierwotnego i aktualnego.

Etap wstępny definiowania układu odniesienia można zaliczyć do metod testów globalnych o cechach estymacji mocnych, który polega na minimalizacji funkcji celu w postaci sumy odchylek bezwzględnych. Tok postępowania rozpoczniemy z założeniem, że istnieją dwa n - elementowe zbiory punktów w przestrzeni R^l : $\{S^1\}$ i $\{S^2\}$, które są zbiorami rzutów punktów fizycznych badanych obiektów (O^1) i (O^2) na oś liczbową [5]. Punkty obu zbiorów $\{S^1\}$ i $\{S^2\}$ mają przyporządkowane rzędne $\Delta h_i^{(1)}$ i $\Delta h_i^{(2)}$ ($i = 1, 2, \dots, n$), określone na podstawie niezależnych wyrównań sieci niwelacyjnych (O^1) i (O^2) przy minimalnych ograniczeniach stopni swobody. Oznaczając odległości zgodnie z normą euklidesową przestrzeni R^l między odpowiednimi punktami obu zbiorów $\{S^1\}$ i $\{S^2\}$ przez

$$\Delta h_i = d(S^1, S^2) = |S^2 - S^1| \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (5.2)$$

będziemy poszukiwać takiego położenia obiektu (O^1) względem obiektu (O^2), żeby został spełniony warunek

$$F(y) = \min_{x \in A} F(x) \quad (5.3)$$

gdzie

$$F(x) = \sum_{i=1}^n |\Delta h_i - x|, \quad A = \{\Delta h_1, \Delta h_2, \dots, \Delta h_n\}. \quad (5.4)$$

Funkcja $F(x)$ jest funkcją wypukłą, ciągłą, odcinkami liniową lecz nie jest funkcją różniczkowalną. Korzystając z definicji wartości bezwzględnej, odległości Δh_i uszeregujemy zgodnie z zasadą

$$\Delta h_1 \leq \Delta h_2 \leq \dots \leq \Delta h_n, \quad (5.5)$$

wówczas rozwiązanie optymalne zagadnienia minimalizacji funkcji $F(x)$ takie, że $F(h) \leq F(x)$, uzyskamy:

- w punkcie $x = \frac{\Delta h_{n+1}}{2}$ gdy n jest nieparzyste,
- na odcinku $\frac{\Delta h_n}{2} \leq x \leq \frac{\Delta h_n}{2} + 1$ gdy n jest parzyste.

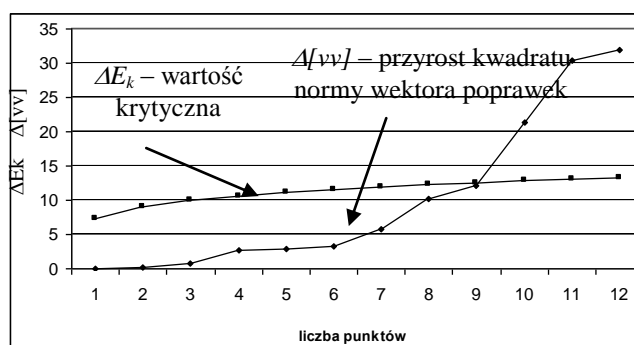
Minimalizacja funkcji $F(x)$ ma na celu wykazanie różnic cech geometrycznych obiektów (O^1) i (O^2) na podstawie różnic wartości cech geometrycznych wewnętrznych zbiorów punktów $\{S^1\}$ i $\{S^2\}$. Na podstawie kolejnych minimalizacji eliminujemy pojedynczo wszystkie elementy ze zbioru A z uwzględnieniem najkrótszej drogi (Dijkstra 1959), które nie spełniają warunku (5.1) w otoczeniu optymalnych rozwiązań. Utworzone zbiory dyskryminacyjne przy spełnionym warunku $\|w\| = \min$, stanowią wynik wstępnej identyfikacji punktów odniesienia.

Wstępnie zdefiniowany układ odniesienia stanowi pewien odcinek drogi prowadzącej do podjęcia optymalnej decyzji dotyczącej ostatecznej postaci układu. Jako kryterium rozstrzygające bezwarunkową przynależność danego punktu do zbioru punktów stałych proponuje się krytyczną reakcję układu obserwacyjnego wywołaną wzrostem liczby punktów spełniających warunek wzajemnej stałości (etap I) w procesie wyrównania. Krytyczna reakcja

układu obserwacyjnego jest określona funkcją skalarną przyrostu kwadratu normy wektora poprawek w postaci

$$\Delta E_k = -2\left(m_0^2 + \frac{m_0^2}{2r}\right) \ln(1 - 0,95^{\frac{1}{k}}) \quad (5.6)$$

gdzie m_0 - błąd średni pojedynczego pomiaru, r - liczba stopni swobody układu, k - liczebność zbioru punktów stałych, 0,95 - poziom ufności (prawdopodobieństwo spełnienia kryterium stałości przez liczbę k punktów) (rys. 5.1).



Rys. 5.1. Definicja układu odniesienia na podstawie wartości krytycznej ΔE_k (opracowanie własne)
Fig. 5.1. Definition of a reference system on the basis of the critical value ΔE_k (develop their own)

Tok postępowania sprowadza się do realizacji kolejnych wyrównań sieci z uwzględnieniem wzrostu liczby punktów stałych zgodnie z kolejnością

$$|w_1| \leq |w_2| \leq \dots \leq |w_n| \quad (5.7)$$

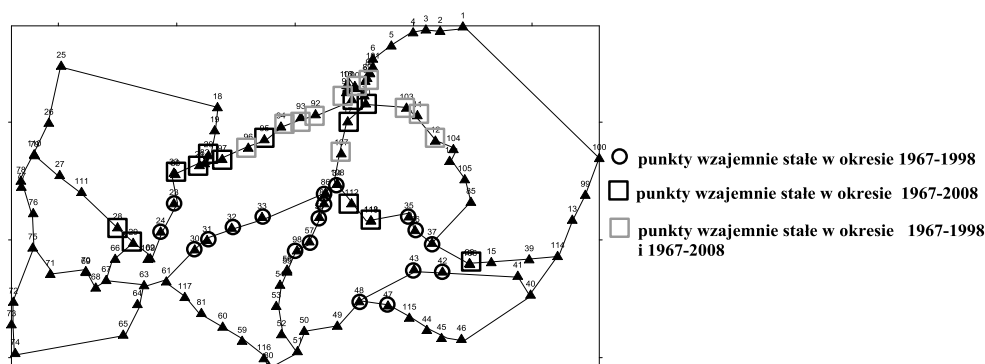
gdzie:

w_i ($i = 1, 2, \dots, n$) oznaczają zmiany różnic wysokości (por. wzór (5.1)) między punktami zbiorów $\{S^1\}$ i $\{S^2\}$. Postępowanie kończy się wtedy, gdy przyrost kwadratu normy wektora poprawek ΔE przekroczy wartość krytyczną ΔE_k (wzór 5.6). W wyniku zrealizowanych obliczeń uzyskujemy zbiór punktów odniesienia. Każdy punkt tego zbioru leży wewnątrz elipsy błędów o parametrze $s^2 = 2,9957$ z prawdopodobieństwem $P = 0,95$. Stąd wniosek, że zdefiniowany układ jest układem nieistotnie elastycznym.

6. Przykład liczbowy

Przemieszczenia pionowe punktów kontrolowanych zlokalizowanych na obszarze Legnicko – Głogowskiego Okręgu Miedziowego wyznaczono na podstawie analizy wyników trzech

kampanii pomiarowych przeprowadzonych w latach 1967 – 2008. Na omawianym obszarze o powierzchni około 75000 ha sieć pomiarowo – kontrolna liczyła 118 punktów będących powiązanych ze sobą 125 obserwacjami (rys. 6.1).



Rys. 6.1. Schemat sieci pomiarowej kontrolnej (opracowanie własne)
Fig. 6.1. Diagram of the measurement – control network (develop their own)

W etapie pierwszym modelowania przemieszczeń zostały wyznaczone zmiany różnic wysokości, uzyskane na podstawie pomiarów w dwóch czasookresach: 1967 – 1998, 1967 – 2008. Zmiany te poddano ocenie jakościowej pod względem dokładności, której globalną miarą jest wartość sumy kwadratów poprawek podlegająca rozkładowi χ^2 . Informację jakościową uzyskano na podstawie wyrównania przy minimalnych ograniczeniach stopni swobody zmian różnic wysokości za pomocą procedury najmniejszych kwadratów z założeniem błędu średniego obserwacji $m_{obs.} = \pm 0,3\text{mm}$.

Ze względu na niekorzystny wynik testowania $\left[\frac{vv}{n} > \chi^2 \right]$ przeprowadzono diagnostykę sieci metodą estymacji mocnej z zastosowaniem funkcji wagowej Hubera (wzór (3.1)). W toku postępowania dla $\alpha = 0,3\text{mm}$ wykryto i wyeliminowano 4 obserwacje odstające (ang. *outliers*) w celu identyfikacji parametrów geometrycznego modelu przemieszczeń wolnego od działania istotnych zaburzeń.

Układ odniesienia, którego definicja stanowi węzłowy problem dotyczący określenia modelu przemieszczeń został zdefiniowany w sposób następujący:

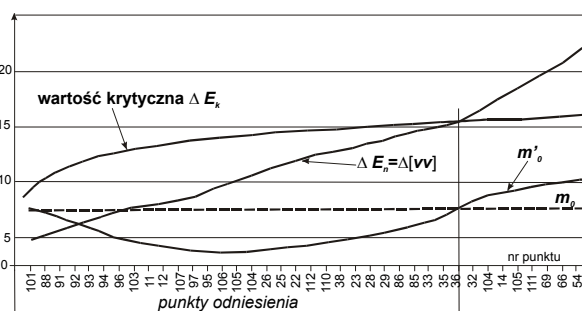
- według zasady minimalnej sumy modułów,
- według rozpoznanej ewolucji czasowej sieci neuronowej Hopfielda.

W pierwszym przypadku biorąc pod uwagę wspomniane dwa czasookresy, zdefiniowano układ odniesienia odpowiednio na 30 i 25 punktach. Rozwiązanie identyfikacji punktów układu odniesienia z uwzględnieniem identyfikacji wstępnej metodą minimalnej sumy modułów w okresie 1967 – 2008 zostało przedstawione graficznie na rys. 6.2.

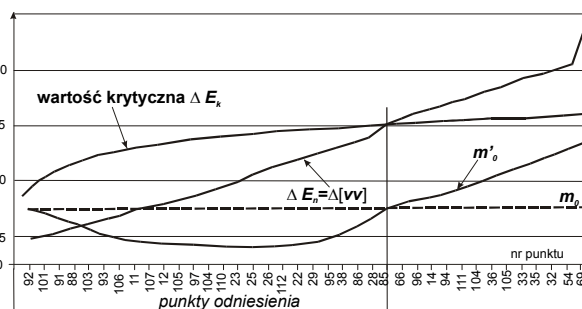
Na podstawie powyższej kwalifikacji punktów, na których został zdefiniowany układ odniesienia można stwierdzić brak zaburzeń w zrealizowanych obserwacjach, ponieważ błąd średni z wyrównania sieci przy założeniu absolutnej stałości tych punktów jest pod względem wartości mniejszy od błędu uzyskanego z wyrównania przy minimalnych ograniczeniach stopni swobody.

Drugi sposób definiowania układu odniesienia z zastosowaniem sieci neuronowej Hopfielda polega na badaniu zjawisk, które charakteryzują się nieregularnością czasową i przestrzenną. Do takich zjawisk należy zaliczyć zmiany różnic wysokości punktów ośrodka gruntowego pod wpływem czynników egzogenicznych i endogenicznych. Układ odniesienia definiowano na podstawie analizy zachowania się sąsiednich trajektorii ruchu punktów sieci geodezyjnej jako układu z założeniem czasu ciągłego. Trajektorie charakteryzują atraktory. Jeżeli trajektorie wykazują ruch regularny, wówczas atraktory, które powstają podczas uczenia sieci neuronowych wzorców są atraktorami punktowymi.

W toku przeprowadzonych rozważań, układ odniesienia definiowano na punktach sąsiednich trajektorii zbiegających się asymptotycznie, których zachowanie opisują wykładniki Lapunowa. Ujemne wykładniki świadczą o zbieganiu się trajektorii i wskazują na istnienie atraktora punktowego. Zmiana znaku na przeciwny kwalifikuje ruch układu jako quasiokresowy bądź chaotyczny. Dla n wymiarowego odwzorowania mamy n wykładników Lapunowa.



Rys. 6.2. Identyfikacja punktów układu odniesienia
Fig. 6.2 Identification of points of the reference system

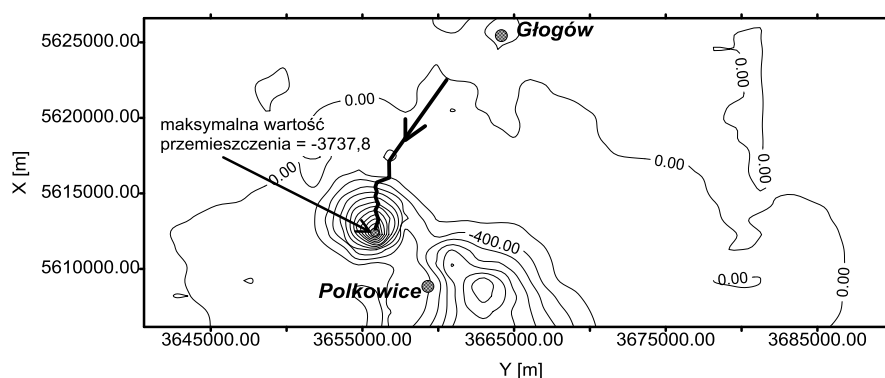


Rys. 6.3. Identyfikacja punktów układu odniesienia
Fig. 6.3. Identification of points of the reference system

Na podstawie rozpoznanych badań ewolucji czasowej układu prowadzącej do atraktorów punktowych, czyli przejścia sieci od stanów z mniejszym prawdopodobieństwem wystąpienia (wyższa energia sieci) do stanów bardziej prawdopodobnych (niższa energia sieci), wyodrębniono 26 punktów stanowiących układ odniesienia według modelu Hopfielda.

Uzyskany zbiór punktów został porównany ze zbiorem punktów zdefiniowanych metodą wartości krytycznej ΔE_k . Stwierdzono pewne różnice w identyfikacji układu odniesienia za pomocą obu metod, które jak należy sądzić wynikają z badań ewolucji czasowej układu. W tym miejscu warto wtrącić uwagę, że jeden ujemny wykładnik Lapunowa wyklucza istnienie ruchu regularnego, a w konsekwencji eliminuje punkt ze zbioru punktów kwalifikowanych do zbioru punktów odniesienia. Ostateczna liczebność zbioru punktów układu odniesienia została określona również na podstawie krytycznej wartości przyrostu kwadratu normy wektora poprawek ΔE_k (rys. 6.3).

Przedstawiony tok postępowania uzupełniamy geometrycznym modelem przemieszczeń w postaci izolinii z zaznaczonym kierunkiem linii największego spadku, zilustrowanym graficznie na rys. 6.4. Wartości przemieszczeń na rys. 6.4 podane są w milimetrach.



Rys. 6.4. Geometryczny model przemieszczeń uzyskany w okresie 1967 – 2008 (opracowanie własne)
Fig. 6.4. Geometric model of vertical displacements obtained in the period 1967 – 2008 (develop their own)

7. Wnioski

Konstruowanie modeli przemieszczeń polega na sformułowaniu odwzorowań trajektorii ruchu punktów względem układu odniesienia jako zbioru punktów o zachowanej stałej strukturze w określonym interwale czasu. W prezentowanej pracy, fizyczny układ odniesienia został zdefiniowany w dwóch wariantach, których wspólną a jednocześnie istotną cechą jest całkowita rezygnacja z informacji *a priori* o stałości określonych punktów analizowanej sieci geodezyjnej. W obu przedstawionych tokach postępowania, ostateczny sposób definiowania układu odniesienia jest identyczny, lecz kryteria wspomagające formułowanie efektywnej struktury układu odniesienia, jak to wynika z treści artykułu, całkowicie się różnią. W związku z tym, dwa układy odniesienia zostały ostatecznie ustalone na podstawie krytycznej wartości przyrostu normy wektora poprawek z uwzględnieniem niezawodności każdego z układów odniesienia oraz intensywności ich dezaktualizacji. W konsekwencji zdefiniowano dwa modele przemieszczeń, które wykazują pomijalnie małe różnice jako nieistotne z praktycznego punktu widzenia. Zastosowana procedura obniża poziom prawdopodobieństwa popełnienia błędu II rodzaju (zakwalifikowanie punktu ruchomego do zbioru punktów stałych) o czym świadczą wartości błędów średnich pojedynczych obserwacji m_0 , uzyskane z wyrównania z udziałem

narzuconych restrykcji na obserwacje wywołanych założeniem absolutnej stałości kolejnych punktów. Są one pod względem wartości mniejsze od błędu m_0 (wyrównanie obserwacji przy minimalnych ograniczeniach stopni swobody (por. rys. 6.2 i rys. 6.3)).

W wyniku eksploatacji górniczej, prowadzonej na średnich i dużych głębokościach, górotwór dąży do wytworzenia nowej równowagi, która objawia się w postaci osiadań, odkształceń i przemieszczeń poziomych warstw górotworu i powierzchni. Wynik oddziaływania eksploatacji górniczej w postaci niecki osiadania terenu objętego programem badań został przedstawiony graficznie na rys. 6.4 Nieckę osiadań charakteryzują: linia największego spadku (kierunek postępu eksploatacji) oraz maksymalne obniżenie terenu, które w okresie 1968 – 2008 oszacowano w granicach blisko 4m. Prowadzenie tego rodzaju badań w powiązaniu z teorią mechaniki górotworu stwarza możliwości przewidywania deformacji terenu, a tym samym przewidywania uszkodzeń obiektów usytuowanych w sąsiedztwie prowadzonej eksploatacji.

Literatura

- [1] Adamczewski Z.: Algorytm numerycznej kontroli przylegania obiektów. *Geodezja i Kartografia* 1979, t. XXVII, z.3.
- [2] Andrews D.F.: A robust method for multiple lineal regression. *Technometrics* 1974, No16.
- [3] Dahlquist G., Bjorck A.: *Metody numeryczne*. Warszawa. PWN. 1993
- [4] Dijkstra E.W.: A note on two problems to connection with graphs. *Numer. Math.* 1959, Vol.1.
- [5] Gil J.: *Badanie nieliniowego geodezyjnego modelu kinematycznego przemieszczeń*. seria: monografie nr 76, Wydawnictwo WSI w Zielonej Górze. 1995
- [6] Gil J.: The problem of solving systems of linear equations by means of neural networks. *Geodesy and Cartography* 2006, Vol. 55, No 2.
- [7] Hertz J., Krogh A., Palmer R.G.: *Wstęp do teorii obliczeń neuronowych*. Warszawa. Wydawnictwo Naukowo– Techniczne, 1993.
- [8] Kadaj R.: Die Methode der besten Alternative: Ein Ausgleichsprincip für Beobachtungssysteme. *Zeitschrift für Vermessungswesen*. 1994, H3, 113J.
- [9] Kadaj R.: Modele, metody i algorytmy obliczeniowe sieci kinematycznych w geodezyjnych pomiarach przemieszczeń i odkształceń obiektów. Kraków. Wydawnictwo AR.1998.
- [10] Kosiński R.A.: *Sztuczne sieci neuronowe; dynamika nieliniowa i chaos*. Warszawa. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne. 2004.
- [11] Kuligowski J.L.: *Zarys teorii grafów*. Warszawa. Wydawnictwo PWN. 1986.
- [12] Mańdziuk J.: *Sieci neuronowe typu Hopfielda; teoria i przykłady zastosowań*. Warszawa. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT. 2000.
- [13] Markiewicz A., Kraiński A.: *Neotektoniczna reaktywacja struktur halotektonicznych a zaburzenia glacitektoniczne w strefach marginalnych europejskich zlodowaceń plejstocenijskich na przykładzie Wzgórz Dalkowskich (SW Polska)*. Zielona Góra. Redakcja Wydawnictw Naukowo – Technicznych. 2002.
- [14] Markiewicz A.: *Halotektoniczne uwarunkowania sedymentacji i deformacji osadów kenozoicznych w południowej części Monokliny Przedsudeckiej (SW Polska)*. Zielona Góra. Oficyna Wydawnicza Uniwersytetu Zielonogórskiego. 2003.
- [15] Osowski S.: *Sieci neuronowe*. Warszawa. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej. 1996.
- [16] Prószyński W., Kwaśniak B.: *Podstawy geodezyjnego wyznaczania przemieszczeń*. Warszawa Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej. 2006
- [17] Wiśniewski Z.: Wyrównanie sieci geodezyjnych z zastosowaniem probabilistycznych modeli błędów pomiaru. *Data Aesd. Agrieult. Tech. Olst. Geodasia et Ruris Regulatio*. 1986, No 15, Supplementum C.

- [18] Wolski B.: Monitoring metrologiczny obiektów geotechnicznych. Kraków. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej. 2006.

Research on the intensity and progress of terrain deformations in the Legnica-Głogów Copper Mining Area in the years 1967-2008 with the use of the Hopfield neural network

Key words

Displacement models, Hopfield neural network, geodetic surveys

Summary

The article presents the state of vertical displacements of controlled points located in the Głogów-Legnica Copper Mining Area situated in the southern part of the Fore-Sudetic monocline. Statistically formulated displacement models result from the method adopted for defining a reference system as a certain set of points of a defined reciprocal stability. With relation to this, the article attempts to compare qualitative displacement models obtained from two variants of defining the system. In the first attempt a Hopfield neural network was used, in which the minimum values of energy levels and results of the analysis of neighbouring trajectories of the movement of points by means of Lyapunov exponents determined potential possibilities of including particular points into a set of stable points. The second method also required preliminary identification, which was carried out by means of an algorithm for the minimization of the sum of absolute deviations (the concept of object adhesion) (Adamczewski 1979).

According to the solutions suggested in the article the final structure of reference systems was determined on the basis of the critical value of the increment of the square of the norm of the vector of corrections to the observations, and then displacement models corresponding to these systems were formulated.

Przekazano: 22lutego 2012 r.